

Плющ О. Г., доктор технічних наук, доцент<sup>1</sup> (0000-0001-5310-0660)

Рибидайло А. А., кандидат технічних наук, старший науковий співробітник<sup>2</sup>  
(0000-0002-6156-469X)

<sup>1</sup> – Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ;

<sup>2</sup> – Центр воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, Київ

## Імітаційна комп'ютерна модель штучної довгої лінії з використанням неявного алгоритму Ейлера

**Резюме.** У статті показано, що існуючі моделі опису процесів у штучній довгій лінії з використанням явного алгоритму Ейлера мають схильність накопичувати помилки та втрачають свою працездатність у разі великого кроку моделювання. Розроблена модель процесів, що відбуваються в штучній довгій лінії з використанням неявного алгоритму Ейлера. Проведено імітаційне комп'ютерне моделювання запропонованої моделі, яке дало змогу встановити її здатність усувати проблеми пов'язані з накопиченням помилок.

**Ключові слова:** радіолокаційна станція; імпульсний модулятор; штучна довга лінія; імітаційне комп'ютерне моделювання; неявний алгоритм Ейлера; помилки моделювання.

**Постановка проблеми.** Радіолокаційні станції (РЛС) є надзвичайно важливими в забезпеченні боєздатності різних родів військ Збройних Сил України. Серед існуючих різноманітних типів РЛС найбільш поширеними є ті, що працюють в імпульсному режимі роботи, тобто є імпульсними. Одним з основних елементів передавального пристрою імпульсної РЛС є імпульсний модулятор, від параметрів імпульсів якого залежать ключові характеристики РЛС. Синтез вихідного сигналу імпульсного модулятора з потрібними параметрами є самостійною і доволі складною задачею. До того ж форма цього імпульсу майже цілковито визначається параметрами штучної довгої лінії, яка є складовою частиною модулятора.

Для розв'язання задачі побудови імпульсного модулятора РЛС з вихідним імпульсом потрібної форми можливо застосовувати або проведення аналітичних розрахунків процесів у штучній довгій лінії, або виконання натурного експерименту з використанням фізичного макету пристрою. Обидва ці підходи мають суттєві недоліки, і тому зі швидким розвитком комп'ютерної техніки набуває все більш широкого застосування підхід у вигляді імітаційного комп'ютерного моделювання процесів у штучній довгій лінії.

Під час проведення імітаційного комп'ютерного моделювання спочатку розробляється модель лінії у вигляді системи диференційних рівнянь, а потім здійснюється перехід від системи диференційних рівнянь до системи рівнянь різниці, з наступною

імплементацією цих рівнянь різниці у вигляді комп'ютерної програми. Зазвичай перехід від системи диференційних рівнянь до рівнянь різниці виконується за допомогою явного (або прямого) алгоритму Ейлера, який є дуже простим та допомагає створити компакту структуру системи рівнянь різниці. Водночас відомо, що цей прямий алгоритм Ейлера призводить до накопичення помилок у процесі роботи, що в критичному разі може призвести не тільки до хибної роботи моделі, але і втрати її функціональності взагалі.

З літературних джерел добре відомий неявний (або зворотний) алгоритм Ейлера, що не призводить до накопичення помилок і втрати працездатності моделі. Зважаючи на зазначене, важливою постає задача дослідження використання неявного алгоритму Ейлера для створення імітаційних комп'ютерних моделей штучних довгих ліній імпульсних модуляторів РЛС. Ці моделі можуть застосовуватись для поліпшення характеристик існуючих РЛС та проектування нових з кращими параметрами.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питання розроблення та удосконалення РЛС, як однієї з ключових воєнних технологій, завжди були в центрі уваги науковців та інженерів [1, 2]. У роботі [1] автор системно та змістовно виклав основні принципи побудови та конструювання різних типів РЛС, включаючи й імпульсні. У ній детально окреслені підходи до забезпечення потрібних характеристик цих складних радіотехнічних приладів не оминаючи і вимоги до стабільності зондуючого сигналу та,

відповідно, вихідного сигналу імпульсного модулятора. Нажаль у цій роботі не приділено уваги використанню імітаційного комп'ютерного моделювання для опису процесів в штучних довгих лініях, що використовуються в цих модуляторах. Джерело [2] наочно та ефективно описує зв'язок параметрів РЛС через різні рівняння і дає змогу оцінити вплив нестабільності вихідного сигналу імпульсного модулятора на загальні характеристики РЛС. Тим не менш, потрібно зауважити, що підходи до розроблення та удосконалення штучних довгих ліній у цій роботі не отримали належного опрацювання. Незважаючи на це, [1, 2] залишаються одними з найкращих робіт у галузі радіолокації. Роботи [3, 4] присвячені дослідженню підходів до розроблення та конструювання підсилювачів потужності РЛС, які живляться від імпульсних модуляторів. У цих джерелах добре опрацьовано зв'язок між параметрами підсилювача потужності та імпульсу модулятора, але не розглядаються питання розроблення імпульсних модуляторів та удосконалення штучних довгих ліній, як їх основної складової.

Цікавою є робота [5], оскільки в ній опрацьовано зв'язок між довгими лініями, такими як коаксіальні кабелі та фідери, та штучними довгими лініями у вигляді еквівалентних схем. Вона містить також опис різних параметрів штучних довгих ліній і те, як вони впливають на електромагнітні процеси, що в ній відбуваються. Недоліком цієї роботи є те, що в ній не розглянуто застосування штучних довгих ліній в імпульсних модуляторах РЛС. У літературному джерелі [6] наведені фундаментальні рівняння для типових параметрів штучної довгої лінії та представлені алгоритми Ейлера для переходу від системи диференціальних рівнянь до системи рівнянь різниці. Робота [6] наголошує, що явний алгоритм Ейлера дійсно, хоча і є простим, може сприяти накопиченню помилок під час імплементції комп'ютерної моделі та пропонує для вирішення цієї проблеми використовувати неявний алгоритм Ейлера. Нажаль, при всій своїй цінності для підходу до імітаційного комп'ютерного моделювання, в цьому джерелі не розглядаються питання створення імітаційних комп'ютерних моделей штучних довгих ліній. Літературне джерело [7] змістовно та глибоко досліджує питання використання різних алгоритмів переходу від диференціальних рівнянь до рівнянь різниці, включаючи явний та неявний алгоритми Ейлера та інші неявні алгоритми. При цьому

досліджуються процеси виникнення та накопичення помилок, які з'являються у разі застосування зазначених алгоритмів, і зроблено висновок, що для їх запобігання потрібно використовувати неявні алгоритми, такі як неявний алгоритм Ейлера. Нажаль, у цій роботі не приділено уваги використанню усіх цих здобутків для побудови імітаційної комп'ютерної моделі штучної довгої лінії.

Робота [8] саме присвячена синтезу імітаційної комп'ютерної моделі штучної довгої лінії та її імплементції в середовищі Matlab. У цій роботі відтворюються процеси в штучній довгій лінії при її розряді через узгоджений опір. Це дало змогу отримати не тільки напругу при розряді лінії, а і побудувати в динаміці хвилю, що до того ж розповсюджується в лінії. Недоліком цієї праці є те, що в ній під час побудови моделі для переходу від системи диференціальних рівнянь до системи рівнянь різниці використовується явний алгоритм Ейлера, при цьому увага дослідження накопиченню помилок при функціонуванні моделі не приділяється та неявний алгоритм Ейлера, як альтернатива явному, не досліджується.

Таким чином, з аналізу літературних джерел стає можливим дійти висновку, що питання цілеспрямованого розроблення, вивчення поведінки та характеристик імітаційної комп'ютерної моделі штучної довгої лінії, у якій у процесі синтезу використовується неявний алгоритм Ейлера не є опрацьованими і потребують подальших досліджень. Додатково є доцільним провести порівняння характеристик імітаційних моделей отриманих з використанням прямого та непрямого алгоритмів Ейлера для оцінювання впливу накопичення помилок. Указані напрями досліджень постають актуальними в світлі тих важливих ролей, які відіграють імпульсні РЛС в сучасних військових використаннях.

**Метою статті** є синтез імітаційної комп'ютерної моделі штучної довгої лінії як складової частини імпульсного модулятора РЛС, у якій для переходу від системи диференціальних рівнянь до системи різницевих рівнянь використовується неявний алгоритм Ейлера та дослідження характеристик цієї моделі. Також, додатковою метою дослідження може слугувати порівняльний аналіз характеристик імітаційних комп'ютерних моделей отриманих із застосуванням неявного та явного алгоритмів Ейлера.

Для досягнення поставленої мети розв'язуються такі наукові задачі:

синтез імітаційної комп'ютерної моделі штучної довгої лінії з використанням неявного алгоритму Ейлера та аналіз її характеристик;

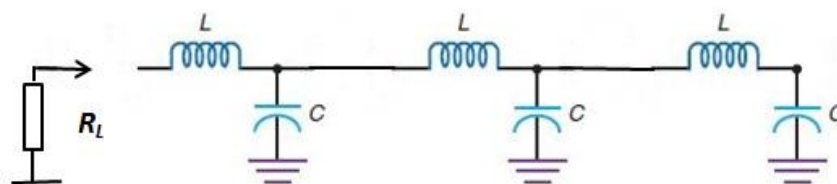
порівняння характеристик розробленої моделі з характеристиками імітаційної комп'ютерної моделі штучної довгої лінії із застосуванням явного алгоритму Ейлера отриманої у попередніх роботах;

вивчення впливу розміру кроку адаптації у процесі імплементації моделей на накопичення помилок, які під час цього виникають та надання практичних рекомендацій щодо вибору алгоритму.

### Виклад основного матеріалу.

*Опис штучної довгої лінії.*

Центральним елементом дослідження в цій роботі є штучна довга лінія, яка зображена на рис. 1 для трьох ланцюгів. Якщо припустити, що штучна довга лінія є однорідною, то вона складається з однакових типових LC елементів. Важливим процесом у штучній довгій лінії в імпульсних модуляторах, який визначає параметри вихідного імпульсу, є розряд зарядженої лінії на узгоджений опір, в ролі якого на рис. 1 виступає резистор  $R_L$ .



**Рис. 1. Заряджена штучна довга лінія, що розряджається через опір навантаження**

Таким чином, у роботі досліджуватиметься заряджена до певної напруги однорідна штучна довга лінія, яка розряджається через узгоджений опір.

*Співвідношення між напругами та струмами для елементів лінії.* Схема, наведена на рис. 1, вміщує в себе три типові радіоелемента, а саме:  $R$ ,  $L$ , та  $C$ . Відношення між напругами та струмами для цих

радіоелементів є добре відомими та мають вигляд [6]

$$v(t) = Ri(t) . \quad (1)$$

Взаємозв'язок між струмом та напругою для резистора ілюструється рівнянням (1), тим часом як цей взаємозв'язок для ємності та індуктивності, відповідно, рівняннями (2) та (3):

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \text{ or } v(t) - v(0) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt , \quad (2)$$

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \text{ or } i(t) - i(0) = \frac{1}{L} \int_0^t v(t) dt . \quad (3)$$

*Синтез системи диференційних рівнянь.* Якщо номінальні значення  $L$  та  $C$  в схемі штучної довгої лінії на рис. 1 є однаковими, то система має регулярну структуру. Цей факт суттєво спрощує представлення моделі та її комп'ютерну реалізацію. Використовуючи перший та другий закони Кірхгофа до схеми на рис. 1 та з урахуванням (1), (2) та (3) можливо отримати диференційні рівняння наведені нижче.

Формули для першого контуру мають вигляд:

$$C \frac{dv_{C1}(t)}{dt} = i_{L2}(t) - i_{L1}(t) , \quad (4)$$

$$L \frac{di_{L1}(t)}{dt} = v_{C1}(t) - i_{L1}(t)R_L . \quad (5)$$

Рівняння для контурів з другого до передостаннього можуть бути представлені як:

$$C \frac{dv_{Cj}(t)}{dt} = i_{L(j+1)}(t) - i_{Lj}(t) , \quad (6)$$

$$L \frac{di_{Lj}(t)}{dt} = v_{Cj}(t) - v_{C(j-1)}(t) . \quad (7)$$

І нарешті формули для останнього контуру мають вигляд:

$$C \frac{dv_{CN}(t)}{dt} = - i_{LN}(t) , \quad (8)$$

$$L \frac{di_{LN}(t)}{dt} = v_{CN}(t) - v_{C_{N-1}}(t) . \quad (9)$$

Разом рівняння (4–9) являють собою модель штучної довгої лінії, представленої на рис. 1 в термінах системи диференціальних рівнянь. Для комп'ютерної імплементації цієї моделі та перетворення її в імітаційну комп'ютерну модель потрібно зробити перехід від системи диференціальних рівнянь до системи різницевих рівнянь.

Як вже зазначалося, цей перехід можливо зробити із застосуванням або явного алгоритму Ейлера, або неявного алгоритму Ейлера.

*Перехід до різницевої системи рівнянь за допомогою явного алгоритму Ейлера.* Перехід до системи рівнянь різниці за допомогою

явного алгоритму Ейлера вже було виконано для рівнянь (4–9) у [8]. Зважаючи на це цей перехід буде наведено стисло, суто для порівняння з іншим підходом.

Явний алгоритм Ейлера має вигляд [6]

$$\frac{dx(t)}{dt} \gg \frac{x(t + Dt) - x(t)}{Dt} . \quad (10)$$

Застосовуючи (10) до (4–9) і здійснюючі певні математичні перетворення, стає можливим отримати наведену нижче систему різницевих рівнянь.

Для першого контуру рівняння мають такий вигляд:

$$v_{C1}(n + 1) = v_{C1}(n) + i_{L2}(n) \frac{D}{C} - i_{L1}(n) \frac{D}{C} , \quad (11)$$

$$i_{L1}(n + 1) = \frac{D}{L} v_{C1}(n) + i_{L1}(n) \left( 1 - \frac{R_L D}{L} \right) . \quad (12)$$

Для контурів з другого до передостаннього різниці рівняння є такими:

$$v_{Cj}(n + 1) = v_{Cj}(n) + \frac{D}{C} i_{L(j+1)}(n) - \frac{D}{C} i_{Lj}(n) , \quad (13)$$

$$i_{Lj}(n + 1) = i_{Lj}(n) + \frac{D}{L} v_{Cj}(n) - \frac{D}{L} v_{C(j-1)}(n) . \quad (14)$$

І для останнього контуру рівняння різниці, відповідно, мають вигляд:

$$v_{CN}(n + 1) = v_{CN}(n) - \frac{D}{C} i_{LN}(n) , \quad (15)$$

$$i_{LN}(n + 1) = i_{LN}(n) + \frac{D}{L} v_{CN}(n) - \frac{D}{L} v_{C(N-1)}(n) . \quad (16)$$

Система різницевих рівнянь (11–16) і являє собою імітаційну комп'ютерну модель штучної довгої лінії зображеної на рис. 1, що може бути реалізована в різних середовищах програмування. Нагадаємо, що ця модель отримана із системи диференціальних рівнянь (4–9) з використанням явного алгоритму Ейлера. Вивчення рівнянь різниці (11–16) дає змогу встановити, що налаштування усіх контурів може відбуватися незалежно один від одного.

*Перехід до різницевої системи рівнянь за допомогою неявного алгоритму Ейлера.* Якщо попередні трансформації для явного алгоритму Ейлера виконувалися у попередніх

роботах, то трансформації для неявного алгоритму Ейлера виконуються вперше, тому розглянемо їх в деталях. Неявний алгоритм Ейлера має вигляд [6]:

$$\frac{dx(t + Dt)}{dt} \gg \frac{x(t + Dt) - x(t)}{Dt} \quad (17)$$

Зробимо перехід від системи диференціальних рівнянь (4–9) до системи рівнянь різниці використовуючи неявний алгоритм Ейлера (17).

Перший крок полягає у такому: замінимо в цих рівняннях незалежну змінну часу  $t$  на змінну часу  $t + \Delta t$ . Таким чином, отримаємо для першого контуру:

$$C \frac{dv_{C1}(t + Dt)}{dt} = i_{L2}(t + Dt) - i_{L1}(t + Dt) , \quad (18)$$

$$L \frac{di_{L1}(t + Dt)}{dt} = v_{C1}(t + Dt) - i_{L1}(t + Dt) R_L . \quad (19)$$

Аналогічним чином, для контурів з другого до передостаннього, рівняння будуть мати вигляд:

$$C \frac{dv_{Cj}(t + Dt)}{dt} = i_{L(j+1)}(t + Dt) - i_{Lj}(t + Dt) , \quad (20)$$

$$L \frac{di_{L_j}(t + Dt)}{dt} = v_{C_j}(t + Dt) - v_{C_{(j-1)}}(t + Dt). \quad (21)$$

І відповідно вирази для останнього контуру виглядатимуть як

$$C \frac{dv_{C_N}(t + Dt)}{dt} = - i_{L_N}(t + Dt), \quad (22)$$

$$L \frac{di_{L_N}(t + Dt)}{dt} = v_{C_N}(t + Dt) - v_{C_{N-1}}(t + Dt). \quad (23)$$

Наступним кроком замінюємо в (18–23) у лівій частині кожного рівняння похідну напруги або струму відповідно до (17).

Таким чином, отримуємо для першого контуру:

$$C \frac{v_{C_1}(t + Dt) - v_{C_1}(t)}{Dt} = i_{L_2}(t + Dt) - i_{L_1}(t + Dt), \quad (24)$$

$$L \frac{i_{L_1}(t + Dt) - i_{L_1}(t)}{Dt} = v_{C_1}(t + Dt) - i_{L_1}(t + Dt)R_L. \quad (25)$$

Для контурів з другого до передостаннього рівняння виглядатимуть як:

$$C \frac{v_{C_j}(t + Dt) - v_{C_j}(t)}{Dt} = i_{L_{(j+1)}}(t + Dt) - i_{L_j}(t + Dt), \quad (26)$$

$$L \frac{i_{L_j}(t + Dt) - i_{L_j}(t)}{Dt} = v_{C_j}(t + Dt) - v_{C_{(j-1)}}(t + Dt). \quad (27)$$

І подібним чином для останнього контуру отримуємо:

$$C \frac{v_{C_N}(t + Dt) - v_{C_N}(t)}{Dt} = - i_{L_N}(t + Dt), \quad (28)$$

$$L \frac{i_{L_N}(t + Dt) - i_{L_N}(t)}{Dt} = v_{C_N}(t + Dt) - v_{C_{N-1}}(t + Dt). \quad (29)$$

У рівняннях (24–29) функції від  $t$  перенесемо праворуч, у той час як функції від  $t + \Delta t$  розташуємо ліворуч.

Як результат отримуємо такі рівняння для першого контуру:

$$\frac{Dt}{C} i_{L_1}(t + Dt) + v_{C_1}(t + Dt) - \frac{Dt}{C} i_{L_2}(t + Dt) = v_{C_1}(t), \quad (30)$$

$$(1 + \frac{Dt}{L} R_L) i_{L_1}(t + Dt) - \frac{Dt}{L} v_{C_1}(t + Dt) = i_{L_1}(t). \quad (31)$$

Для контурів з другого до передостаннього рівняння матимуть вигляд:

$$\frac{Dt}{C} i_{L_j}(t + Dt) + v_{C_j}(t + Dt) - \frac{Dt}{C} i_{L_{(j+1)}}(t + Dt) = v_{C_j}(t), \quad (32)$$

$$\frac{Dt}{L} v_{C_{(j-1)}}(t + Dt) + i_{L_j}(t + Dt) - \frac{Dt}{L} v_{C_j}(t + Dt) = i_{L_j}(t). \quad (33)$$

І для останнього контуру вирази будуть такими:

$$\frac{Dt}{C} i_{L_N}(t + Dt) + v_{C_N}(t + Dt) = v_{C_N}(t), \quad (34)$$

$$\frac{Dt}{L} v_{C_{N-1}}(t + Dt) + i_{L_N}(t + Dt) - \frac{Dt}{L} v_{C_N}(t + Dt) = i_{L_N}(t). \quad (35)$$

Як впливає із (30–35) системи рівнянь для різних контурів є взаємопов'язаними. Тому, для винайдення значень напруг та струмів на наступній ітерації  $t + \Delta t$  потрібно на кожній поточній ітерації розв'язувати систему лінійних рівнянь, розмірність якої в два рази перевищує кількість елементів (контурів) у лінії. Зазначена система рівнянь має вигляд:

$$\mathbf{BA}(t + Dt) = \mathbf{A}(t), \quad (36)$$

де  $\mathbf{B}$  – квадратна матриця, що складається з параметрів лінії, кількість рядків та строк, у якій дорівнює подвоєному числу елементів у штучній довгій лінії  $2N$ ;

$\mathbf{A}(t)$  та  $\mathbf{A}(t + Dt)$  – вектори розміром  $2N$ , що складаються з напруг на конденсаторах та

струмах в котушках індуктивності в проміжок часу  $t$  та  $t + \Delta t$ .

Система (36) розв'язується відносно  $\mathbf{A}(t + Dt)$  за відомими  $\mathbf{B}$  та  $\mathbf{A}(t)$ .

Для системи різницевих рівнянь (30–35) елементи матричного відношення (36) для п'яти контурів у штучній довгій лінії на рис. 1 матимуть вигляд:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} DtR_L/L & -Dt/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Dt/C & 1 & -Dt/C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Dt/L & 1 & -Dt/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Dt/C & 1 & -Dt/C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Dt/L & 1 & -Dt/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Dt/C & 1 & -Dt/C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Dt/L & 1 & -Dt/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Dt/C & 1 & -Dt/C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Dt/L & 1 & -Dt/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Dt/C & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$\mathbf{A}^T(t+Dt) = (i_{L1}(t+Dt), v_{C1}(t+Dt), i_{L2}(t+Dt), v_{C2}(t+Dt), i_{L3}(t+Dt), v_{C3}(t+Dt), i_{L4}(t+Dt), v_{C4}(t+Dt), i_{L5}(t+Dt), v_{C5}(t+Dt)), \quad (38)$$

$$\mathbf{A}^T(t) = (i_{L1}(t), v_{C1}(t), i_{L2}(t), v_{C2}(t), i_{L3}(t), v_{C3}(t), i_{L4}(t), v_{C4}(t), i_{L5}(t), v_{C5}(t)). \quad (39)$$

Загалом, системи рівнянь різниці (11–16) та (30–35) з урахуванням (36–39) і використовуються для комп'ютерної реалізації як імітаційні комп'ютерні моделі отримані, відповідно, за допомогою явного та неявного алгоритмів Ейлера.

*Імітаційне комп'ютерне моделювання.* Імітаційне комп'ютерне моделювання згідно з розробленими вище рівняннями різниці для схеми, що представлена на рис. 1 проводилося для таких умов: кількість контурів (елементів) у штучній довгій лінії дорівнює 5; характеристичний опір лінії (що визначається значеннями ємності та індуктивності лінії) складає 400 ом; значення індуктивності прирівнюється до 0,1 мкГн, ємність обчислюється через характеристичний опір, а

початковий заряд лінії складає 10 в. Під час дослідження вважається, що штучна лінія розряджається на узгоджене навантаження, і тому номінальне значення резистора навантаження також дорівнює 400 ом.

На рис. 2 зображені суміщені графіки отримані під час використання імітаційних моделей як явного, так і неявного алгоритмів Ейлера (крок налаштування дорівнює  $1.5708e-14$ ). За такого маленького кроку налаштування криві є ідентичними, тобто накладаються одна на одну і виглядають одним цілим. Цей факт підкріплює той висновок, що моделі мають однакову точність представлення процесів, тобто для такого кроку налаштування є еквівалентно ефективними.

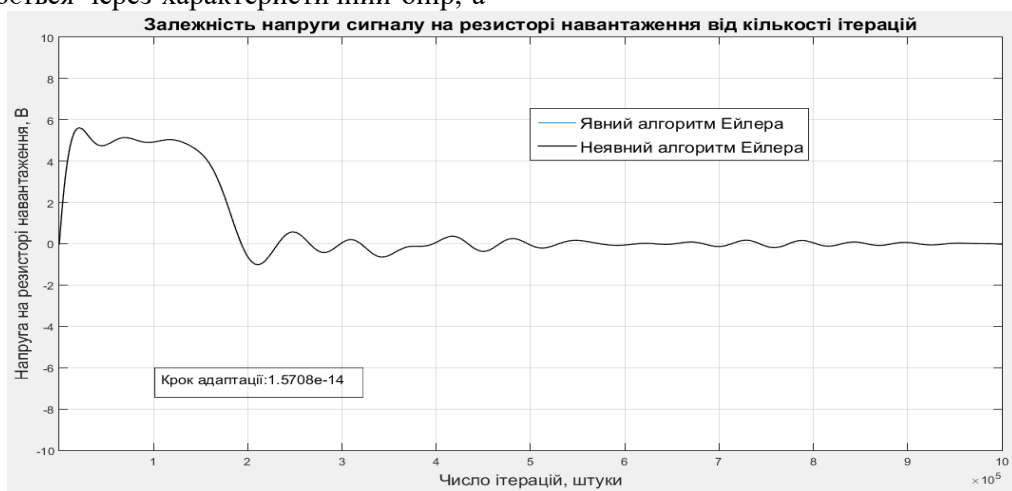


Рис. 2. Залежність напруги сигналу на резисторі навантаження для обох алгоритмів при розмірі кроку налаштування  $1.5708e-14$

Рис. 3–5 демонструють залежність напруги на резисторі навантаження від кількості ітерацій для розроблених вище імітаційних комп'ютерних моделей для кроку налаштування, що дорівнює  $7.8540e-13$ .

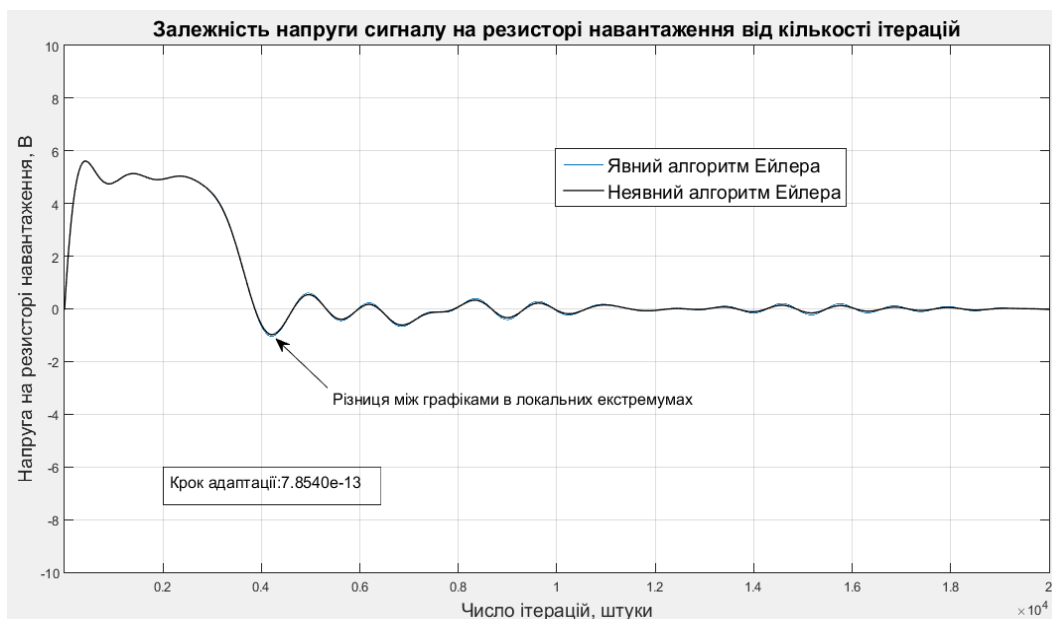


Рис. 3. Залежність напруги сигналу на резисторі навантаження для обох алгоритмів при розмірі кроку налаштування  $7.8540e-13$

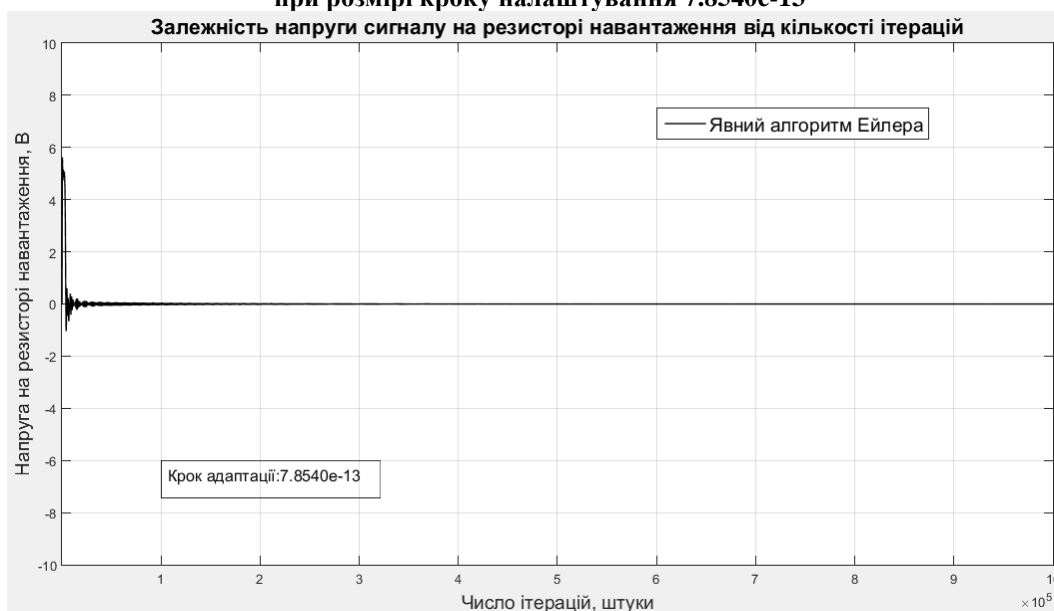


Рис. 4. Залежність напруги сигналу на резисторі навантаження для явного алгоритму Ейлера при розмірі кроку налаштування  $7.8540e-13$

Для цього кроку налаштування на рис. 3, де показано суміщені графіки, починають проглядатися розбіжності між імітаційними моделями в області локальних екстремумів. Потрібно зауважити, що на рис. 5 відображається менша кількість ітерацій, що зроблено для того, щоб для наочності тривалість імпульсу залишалася тією самою у разі збільшення кроку. На рис. 4 та рис. 5 кількість ітерацій при відображенні залишається тією ж самою, що призводить до стискання імпульсу, але і дає змогу вивчати

поведінку процесів за великої кількості ітерацій.

Загальним висновком, який може бути отриманий з вивчення рис. 3–5 є те, що точність представлення процесів є прийнятною для як імітаційної комп'ютерної моделі отриманої з використанням явного алгоритму Ейлера, так і для тієї, що отримана з використанням неявного алгоритму Ейлера. Тим не менш, починають з'являтися перші ознаки розбіжностей між графіками, як впливає з рис. 3, що дає змогу припустити, що надалі вони зростатимуть, як зазначалося вище під час постановки задач та цілей дослідження.

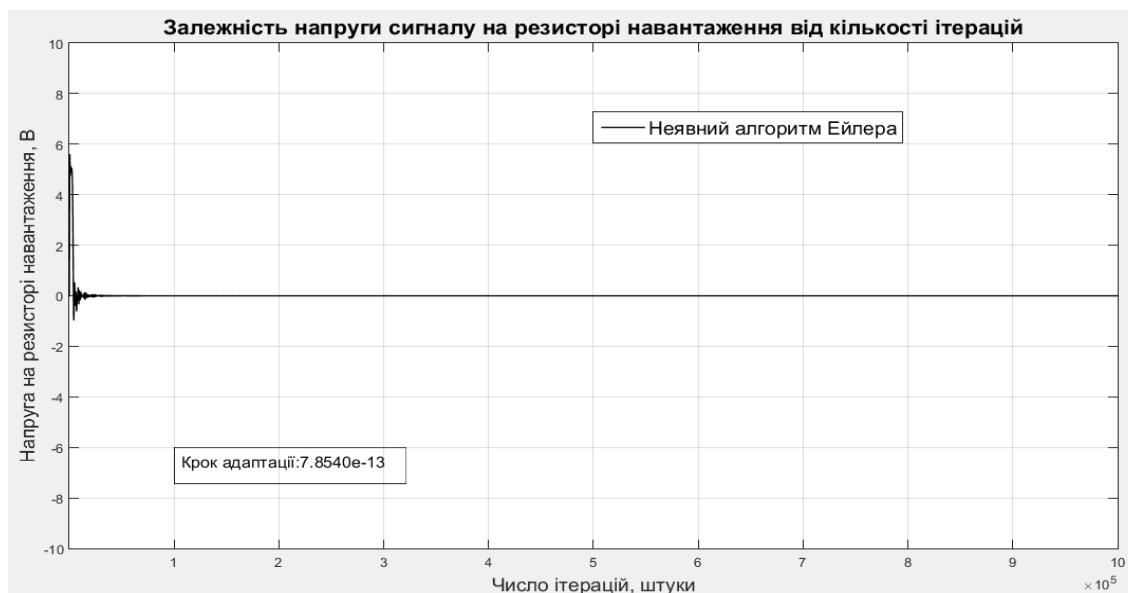


Рис. 5. Залежність напруги сигналу на резисторі навантаження для неявного алгоритму Ейлера при розмірі кроку налаштування  $7.8540e-13$

На рис. 6–8 наведено залежності напруги на резисторі навантаження від кількості ітерацій для розроблених вище імітаційних комп'ютерних моделей для кроку налаштування, що дорівнює  $1.2566e-12$ .



Рис. 6. Залежність напруги сигналу на резисторі навантаження для обох алгоритмів при розмірі кроку налаштування  $1.2566e-12$

Як і для інших кроків налаштування, рис. 8 демонструє суміщені криві для обох імітаційних комп'ютерних моделей, при цьому розбіжності між графіками в області локальних екстремумів стають більш виразними. Тим не менш, вивчаючи тільки криві наведені на рис. 8 можливо дійти висновку, що обидві імітаційні комп'ютерні моделі дають змогу отримати добрий результат представлення процесів у штучні

довгий лінії. Однак, якщо взяти до уваги дані з рис. 9, то стає цілком зрозумілим, що у разі суттєвого збільшення кількості відліків імітаційна комп'ютерна модель побудована з використанням явного алгоритму Ейлера втрачає стабільність, самозбуджується та перестає функціонувати. Відбувається те, що і передбачалося під час постановці задач та цілей дослідження: накопичення помилок, яке стає критичним.



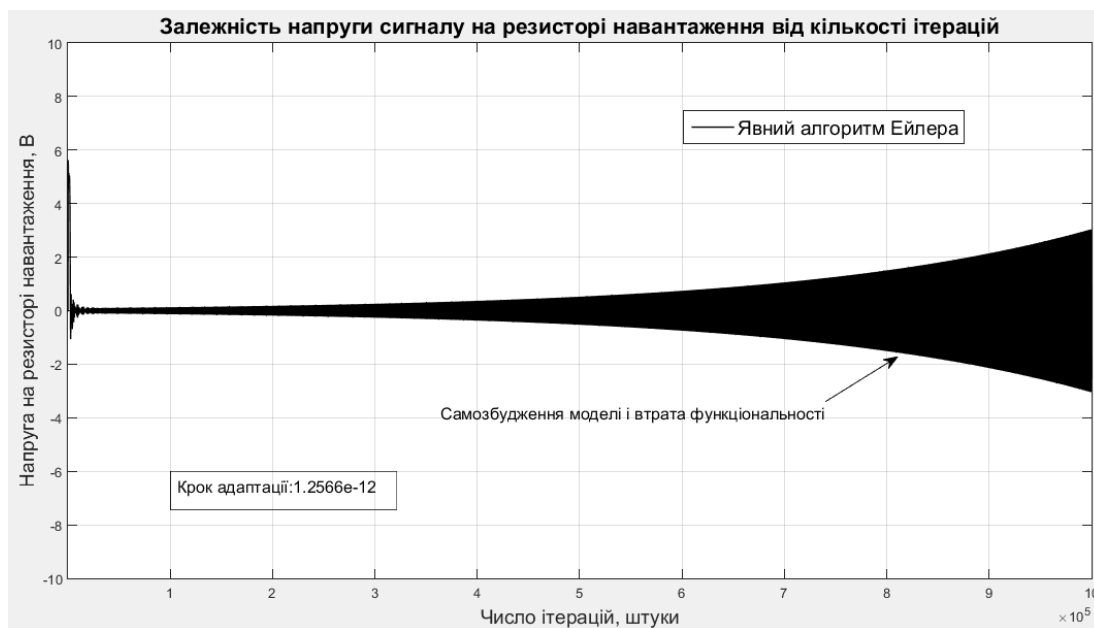


Рис. 7. Залежність напруги сигналу на резисторі навантаження для явного алгоритму Ейлера при розмірі кроку налаштування  $1.2566e-12$



Рис. 8. Залежність напруги сигналу на резисторі навантаження для неявного алгоритму Ейлера при розмірі кроку налаштування  $1.2566e-12$

Водночас, імітаційна комп'ютерна модель, отримана із застосуванням неявного алгоритму Ейлера, не втрачає свою працездатність та стабільність, як впливає з кривої наведеної на рис. 8.

З результатів імітаційного комп'ютерного моделювання розроблених моделей стає можливим дійти висновків:

*по-перше*, за малого кроку налаштування моделей точність представлення процесів при розряді штучної довгої лінії на узгоджений опір є однаковою. До того ж зауважимо, що форма імпульсу цілком відповідає тієї, що відома з літературних джерел та практики експлуатації імпульсних модуляторів РЛС;

*по-друге*, зі збільшенням кроку налаштування з'являються розбіжності між імітаційними комп'ютерними моделями побудованими за допомогою явного та неявного алгоритмів Ейлера, особливо в області екстремумів;

*По-третє*, за певного розміру кроку налаштування процесу, імітаційна комп'ютерна модель втрачає стабільність і через критичне накопичення помилок починає самозбуджуватися та втрачати свою працездатність. Це підтверджує дані наведені в літературних джерелах щодо явного та неявного алгоритмів Ейлера.

Останнє, навіть у разі, коли за дуже великої кількості ітерацій імітаційна комп'ютерна модель отримана за допомогою явного алгоритму Ейлера при достатньо великому кроці ітерації самозбуджується, на малому періоді часу вона досить адекватно представляє процеси в штучній довгій лінії, як впливає з рис. 6.

**Висновки.** У роботі розроблено імітаційну комп'ютерну модель штучної довгої лінії як складової частини імпульсного модулятора РЛС із залученням неявного алгоритму Ейлера. Проведено порівняльний аналіз характеристик розробленої імітаційної комп'ютерної моделі з моделлю, де застосовано явний алгоритм Ейлера. Виявлені недоліки моделі, заснованої на явному алгоритмі Ейлера та продемонстровано, що імітаційна комп'ютерна модель, побудована із застосуванням неявного алгоритму Ейлера, їх повністю усуває. Отримані в роботі результати досліджень повністю узгоджуються з теоретичними положеннями та практичними дослідженнями відомими з літературних джерел.

Розроблена імітаційна комп'ютерна модель може бути використана для розроблення нових та удосконаленні наявних імпульсних модуляторів РЛС Збройних Сил України.

**Подальші дослідження** доцільно направити на виявленні механізму накопичення помилок в імітаційній комп'ютерній моделі побудованої з використання явного алгоритму Ейлера для розроблення критерію використання

тієї чи іншої моделі у певних умовах імітаційного комп'ютерного моделювання. Це питання пов'язано з тим, що імітаційна комп'ютерна модель побудована з використанням неявного алгоритму Ейлера, хоча і має кращі характеристики, потребує обертання матриці на кожній ітерації. До того ж потрібно додати, що ця матриця є сильно розрідженою, що спрощує цю процедуру обертання.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Radar Handbook, 3rd ed., Ed. in Chief M. I. Skolnik, McGraw-Hill Companies, NY, 2008.
2. Barton D. K. Radar Equations for Modern Radar, Artech House, MA, 2013.
3. Handbook of RF and Microwave Power Amplifiers. Ed. J. Walker, Cambridge University Press, Cambridge UK, 2012.
4. Eroglu A. Introduction to RF Power Amplifier Design and Simulation. New York: CRC Press Taylor & Francis Group, 2016.
5. L. E. Frenzel Jr., Principles of Electronic Communication Systems, 4th ed. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2016.
6. W. McC. Siebert, Circuits, Signals, and Systems, Cambridge, MA: McGraw-Hill Book Company, 1986.
7. Chua L. O., Lin P.-M. Computer Aided Analysis of Electronic Circuits, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
8. Pliushch O., Toliupa S., Rybydajlo A. Studying Characteristics of Transmission Lines with Help of Computer Simulation in the Matlab Environment. Presented at the IEEE International Scientific-Practical Conference PIC S&T (Kyiv, Ukraine, October 5–7, 2021). Kyiv, 2021. Paper 111.

Стаття надійшла до редакційної колегії 20.06.22

### Simulation computer model of an artificial long line using the implicit Euler algorithm Annotation

Radar stations (RS) play an extremely important role in ensuring the combat capability of various branches of the Armed Forces of Ukraine. Among the existing various types of RS, the most common are those that operate in pulse mode, that is, they are pulsed. One of the main elements of the transmitting device of the pulse RS is a pulse modulator, on the parameters of which the key characteristics of the RS depend. The shape of this pulse is almost entirely determined by the parameters of the artificial long line, which is an integral part of the modulator.

The purpose of the article is to synthesize a simulation computer model of an artificial long line, in which the implicit Euler algorithm is used to transition from a system of differential equations to a system of difference equations and to study the characteristics of this model.

To achieve this goal, the following scientific problems are solved:

synthesis of simulation computer model of artificial long line using implicit Euler algorithm and analysis of its characteristics;

comparison of the characteristics of the developed model with the characteristics of the simulation computer model of artificial long line, which uses the explicit Euler algorithm, obtained in previous works;

studying the influence of the size of the adaptation step, when implementing the models, on the accumulation of arising errors and providing practical recommendations on the choice of the algorithm.

The disadvantages of the model based on the use of the explicit Euler algorithm are revealed, and it is demonstrated that the simulation computer model built using the implicit Euler algorithm completely eliminates them. The results obtained in the work are fully consistent with the theoretical provisions and practical studies known from the literature.

The developed simulation computer model can be used for the development of new and improvement of existing pulse modulators of the Armed Forces RS.

**Keywords:** radar station; pulse modulator; artificial long line; simulation computer modeling; implicit Euler algorithm; modeling errors.