

УДК 005.1

DOI: <https://doi.org/10.33099/2304-2745/2024-1-80/115-125>

Свешніков С. В., кандидат технічних наук, старший науковий співробітник (0000-0001-8924-4535)
Бочарніков В.П., доктор технічних наук, професор (0000-0003-4398-5551)
Ковальчук П. А. (0000-0003-4370-2187)

Національний університет оборони України імені Івана Черняхівського, Київ

Проблема коректного вирішення задачі багатокритеріального вибору альтернатив на основі методів зведення кількох критеріїв до одного

Резюме. У статті аналізується випадок багатокритеріальної задачі вибору, коли методи зведення кількох критеріїв до одного не забезпечують розрізнення різних за природою альтернатив і, відповідно, можливість вибору. Автори дослідили підхід до вибору, який полягає в ієрархічній кластеризації в просторі кількох узагальнених критеріїв.

Ключові слова: багатокритеріальне оцінювання; вибір альтернатив; адитивна згортка; нечітко-інтегральне обчислення; множина Парето.

Постановка проблеми. Одними з найрозповсюджених задач управління є задачі вибору альтернатив, коли особі, яка приймає рішення (ОПР), для реалізації вибору надаються оцінки альтернатив. Альтернативи, як правило, оцінюються в ієрархічній системі критеріїв. Методів оцінювання існує багато. Вони відрізняються один від одного формальними підходами опису важливості критеріїв, оцінок і здійснення операції узагальнення, тобто отримання узагальненої оцінки на базі кількох часткових оцінок. В принципі, прийняття рішення за таким способом є досить банальним, оскільки оцінки можна відсортувати за зростанням і автоматично обрати альтернативу з максимальною (мінімальною) оцінкою. За такою схемою ОПР можна навіть виключити. Така схема використовується в багатьох дослідженнях, але існує випадок, коли схема не працює. Зазначимо одразу, що цей випадок торкається не лише властивостей формальних підходів, а й філософії вибору.

По-перше, існує випадок, коли дві різні альтернативи мають однакові оцінки в узагальненому критерії вищого рівня, але їх оцінки в підпорядкованих критеріях є різними, що вказує на різну природу і властивості альтернатив. Це є проявом своєрідної нечуливість оцінок, до якої призводить операція узагальнення, не важливо від того, яким методом вона зроблена. Якщо ОПР отримує дві альтернативи з однаковими оцінками, то він не має жодної інформації для усвідомленого вибору найкращої серед них, оскільки інформація про розрізнення втрачена під час узагальнення в головному критерії, хоча зберігається в критеріях нижчого рівня.

Втім, за згаданою процедурою вибору ця інформація не може бути використана.

По-друге, виникає питання: чи завжди припустимо використовувати цю схему вирішення задач вибору, якщо є згаданий випадок? Відповідь – ні. В складних багатокритеріальних задачах ієрархічна система критеріїв не завжди спроможна представити і врахувати усі нюанси прийняття рішень. Зокрема, не всі величини піддаються формалізації і можуть бути коректним чином включені до ієрархії критеріїв оцінки. Другий варіант: існують не виведені на усвідомлений рівень критерії, які взагалі неможливо формалізувати. В таких випадках більш справедливою буде схема, коли для ОПР надається кілька альтернатив у вигляді “формальних” оцінок, а ОПР самостійно обирає серед них ті, які вважає кращими, враховуючи неформалізовані критерії самостійно. Формальні оцінки відіграватимуть роль обмежень, за які ОПР не рекомендується виходити. Тоді в задачі вибору ми відчуватиме формальний ефект від системи критеріїв оцінки і неформальний ефект від участі ОПР в процесі вибору альтернатив.

Нижче розглянуто згаданий виключний випадок і доведено, що здійснити в ньому усвідомлений вибір неможливо. Тоді прагнучи, щоб надані ОПР оцінки “відчували” природу альтернатив було запропоновано перейти на менш узагальнений рівень критеріїв і розглянути альтернативи на ньому. Щоб отримати чіткі рекомендації для ОПР було запропоновано використати ієрархічну кластеризацію альтернатив в просторі критеріїв менш узагальненого рівня. Метод ієрархічної кластеризації дозволяє забезпечити розподіл альтернатив по класах.

Якщо нерозрізнявальні альтернативи будуть віднесені до різних класів, то це покаже ОПР, що їх природа (склад оцінок в підпорядкованих критеріях) буде різною і вони мають розглядатись окремо як різні варіанти рішення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розглянемо існуючі публікації стосовно вибору альтернатив на основі багатокритеріальних оцінок, отриманих шляхом узагальнення багатьох критеріїв до одного. На сьогодні існує дуже багато таких робіт в різних галузях науки. Тому не будемо ставити за мету охарактеризувати усі роботи, а коротко розглянемо представників різних методів в галузі озброєнь.

В роботі [1] автори запропонували оцінювати системи озброєння (СО), аналізуючи їх спроможності в різних умовах бойового застосування. Це дослідження для оцінки альтернатив використовує техніку співвіднесення зразка озброєння з еталонним зразком TOPSIS (The Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution). В роботі [2] автори запропонували оцінювати СО за допомогою ієрархії спроможностей, на нижчому рівні якого розташовані тактико-технічні характеристики, а на верхньому – узагальнена оцінка. Проміжні критерії ієрархії описують спроможності на відповідних рівнях узагальнення. Підхід забезпечує використання і якісних, і кількісних даних. Агрегування оцінок в ієрархії критеріїв здійснюється за допомогою основних мас ймовірності (basic probability mass). Дослідження [3] присвячено оцінюванню часткового критерію – зручності графічного інтерфейсу користувача в людино-машинних СО. Метод узагальнення оцінок заснований на аналітичному ієрархічному процесі.

В цілому, на сьогодні відомо два великих класи підходів для оцінювання і вибору альтернатив. Це відносний і абсолютний.

Відносний підхід передбачає порівняння альтернатив між собою. Найбільш відомим представником цього підходу є метод аналітичного ієрархічного процесу, запропонованого Сааті [4]. Головним недоліком цього підходу є неадекватність оцінок у випадку, коли серед наявних альтернатив не існує жодної припустимої. Крім того, обчислювальна складність методу (кількість потрібних парних порівнянь) та невибірковість значно росте у випадку збільшення кількості альтернатив і критеріїв (рекомендується не перевищувати кількість 7-

9). Цей підхід використано в багатьох дослідженнях, пов'язаних з оцінкою і вибором СО. Зокрема, дослідження [5] вирішує задачу оцінки і відбору проєктів СО з врахуванням оптимального набору проєктів у портфелі на основі сполучення методу аналітичного ієрархічного процесу і цілочислової оптимізації. Дослідження [6-8] використовують різні комбінації методів аналітичного ієрархічного процесу і трикутних нечітких чисел для оцінки ефективності СО. Робота [9] присвячена вибору основного бойового танка на основі оцінок експертів. Оцінки описані за допомогою лінгвістичних термінів, які апроксимовані трапецієвидними нечіткими числами. Для визначення групових оцінок експертів автори використали нечіткий метод Делфі з усередненням нечіткого рейтингу експертів і ваг критеріїв.

Абсолютний підхід передбачає порівняння наявних альтернатив з певним еталоном, який описує найкращу альтернативу. Цей підхід не має недоліків відносного підходу. Прикладом використання підходу може бути дослідження [10], присвячене визначенню оптимальних СО. Автори дослідження [11] запропонували оцінювати СО шляхом порівняння з ідеальним (еталонним) рішенням, структура якого є багатокритеріальною і враховує нечіткість даних. В роботі [12] описано методуку, засновану на представленні нечіткими числами лінгвістичних змінних для опису ваг критеріїв і даних, які описують значення альтернатив. Для агрегування оцінок використовується нечіткий центроїд (середньозважене центрів мас критерію і оцінки). Для узагальнення оцінок по ієрархічній системі критеріїв автори дослідження [13] запропонували механізм виводу, заснований на використанні інтервальних нечітких чисел. В роботі [14] запропоновано метод оцінки на основі відносної відстані Hwang's між двома трикутним нечіткими числами, які описують оцінки експертів. Для вибору кращої альтернативи використано ранжування нечітких чисел. Дослідження [15] представляє один з нових методів багатокритеріальної оцінки, коли потрібно враховувати одночасне існування двох модальностей оцінок: нечіткості і випадковості, що часто притаманне для вибору СО. Запропонований метод заснований на обчисленні центру ваг р-мірної синтетичної хмари, яке описує

багатомірний простір ваг індексів. Можна згадати багато інших робіт.

З аналізу відомих досліджень і публікацій зробимо певні висновки. Сучасні дослідження в цілому надають багато уваги задачам оцінки і вибору, у тому числі СО, що свідчить про їх актуальність на практиці. Задача оцінки в роботах розглядається як ієрархічна багатокритеріальна задача і частіше за все на верхньому рівні узагальнення розглядається один критерій. Використовують і якісні, і кількісні шкали для опису параметрів альтернатив та, відповідно, критеріїв нижнього рівня ієрархії. В якості інструменту узагальнення найбільш часто використовується середньозважене звичайних або нечітких чисел-оцінок, максимум (мінімум між важливістю кожного критерію і відповідною критеріальною оцінкою і потім максимум серед отриманих мінімумів), нечітко-інтегральне числення. Не було знайдено будь-яких згадувань про виключні випадки, коли процедура “багатокритеріальна оцінка альтернатив – ранжування альтернатив” не забезпечувала б однозначності усвідомленого вибору альтернатив.

Мета статті має подвійний контекст. Мета полягає, *по-перше*, в демонстрації випадку, коли різні за природою альтернативи

відомими багатокритеріальними методами оцінюються як рівнозначні, що робить неможливим обґрунтований вибір однієї з них. *По-друге*, мета полягає – у розробці і перевірці результативності нової процедури “багатокритеріальна оцінка альтернатив – кластеризація альтернатив”, яка має подолати згаданий випадок на основі методу ієрархічної кластеризації в просторі критеріїв, підпорядкованих головному узагальненому критерію.

Виклад основного матеріалу зробимо відповідно до двох зазначених елементах мети.

Демонстрація проблеми коректного вирішення задачі багатокритеріального вибору на основі методів зведення кількох критеріїв до одного.

Розглянемо процедуру “багатокритеріальна оцінка альтернатив – ранжування альтернатив”, де перший етап є основним і найбільш складним, а другий етап вирішується дуже просто, наприклад добре відомим [16] “бульбашковим” алгоритмом сортування.

Загальна схема багатокритеріального оцінювання в абсолютному підході показана на рис. 1. Відносний підхід не будемо розглядати, оскільки отримані далі висновки можна розповсюдити і на цей підхід.

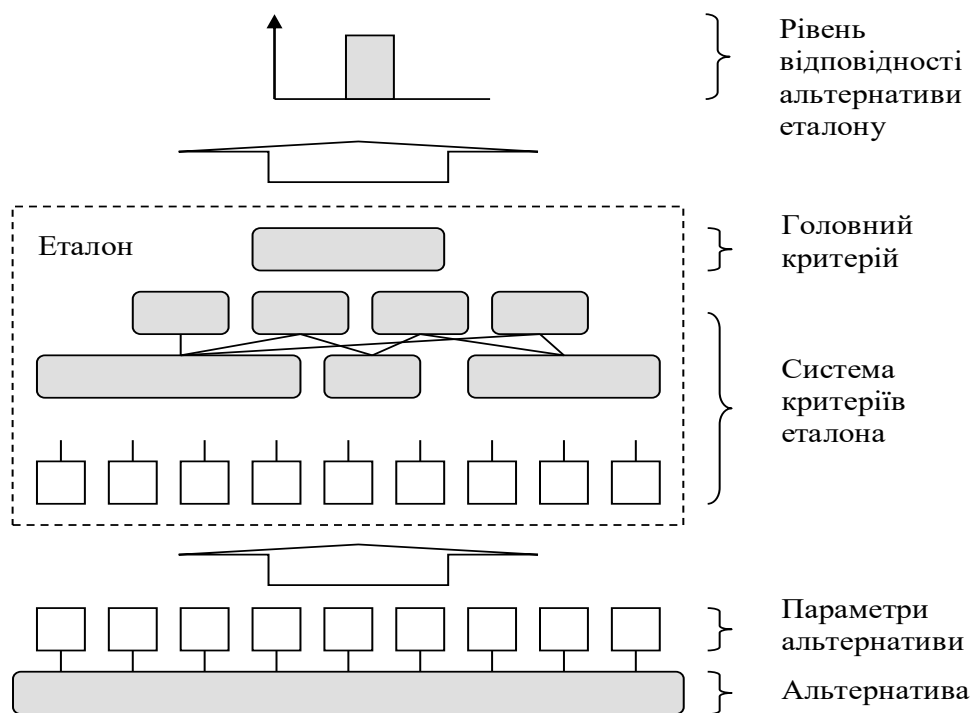


Рис. 1. Загальна схема багатокритеріального оцінювання відповідно до абсолютного підходу

Задача багатокритеріального оцінювання виникає, коли необхідно уявленням експерта про ідеальну альтернативу (еталон). Наприклад, задача розрахувати відповідність альтернатив прогностичного оцінювання ефективності СО,

яка залежить від дальності дії, ймовірності ураження, швидкості тощо. Людина має уявлення про найбільш ефективну СО, значення її еталонних параметрів. Вимірюючи ці параметри конкретної СО за допомогою певних шкал і порівнюючи їх з еталонними, людина отримує критеріальні оцінки цієї СО. Їх фізичний зміст – оцінки рівня збігу поточних параметрів СО з еталонними значеннями. Потім ці оцінки узагальнюються з врахуванням важливості критеріїв і розраховується узагальнена прогностична оцінка ефективності СО.

Отже, еталоном є сукупність критеріїв оцінювання. На вищому рівні ієрархії розташований єдиний головний узагальнений критерій, який уособлює узагальнену оцінку альтернатив. На нижчому рівні ієрархії розташовані критерії, які визначають універсальну множину параметрів альтернатив. Параметри альтернатив повністю співпадають з критеріями нижчого рівня в ієрархії. Ці критерії є неподільними

категоріями оцінки. Неподільність означає те, що ці критерії утворюють універсальну множину міркувань – множину, на якій здійснюються початкові вимірювання.

Під час розв'язування задачі спочатку оцінюють параметри кожної альтернативи за допомогою каналів спостереження [17], потім оцінки порівнюють з критеріями еталона. Отримані оцінки порівнюють з еталонними значеннями в критеріях наступного рівня ієрархії і так далі до головного критерію оцінки. В результаті розраховують узагальнені оцінки кожної альтернативи, які трактують як оцінку відповідності наявної альтернативи еталонній альтернативі. Цю оцінку частіше за все розраховують в обраній решітці, наприклад в інтервалі [0,1].

Розглянемо структуру спрощеного прикладу задачі оцінювання, показану на рис. 2, де стрілки позначають напрям розрахунків.

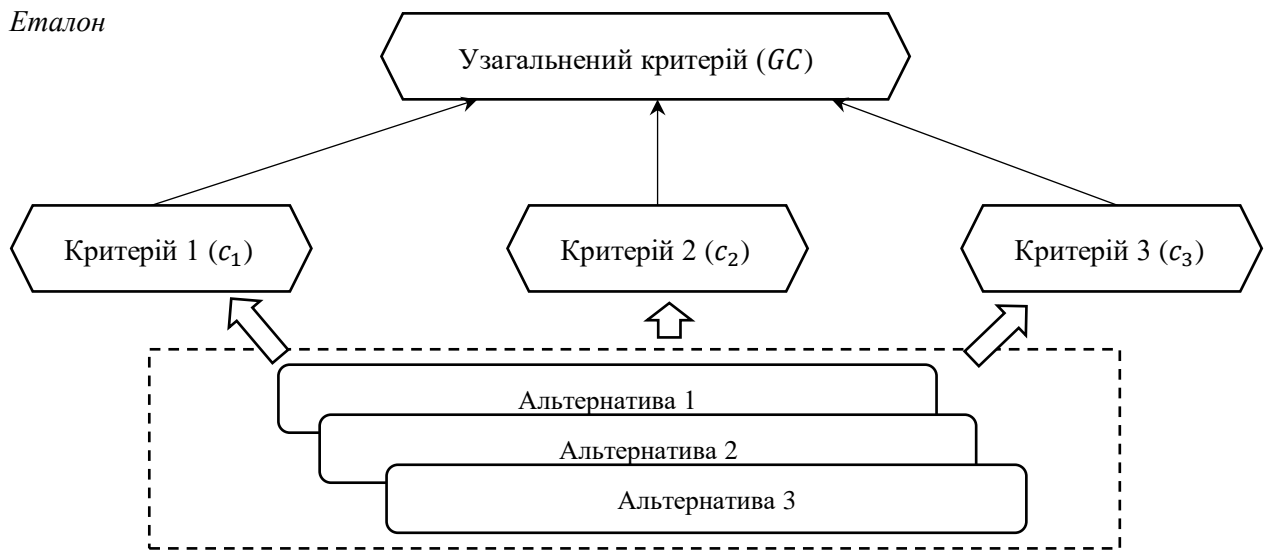


Рис. 2. Структура спрощеного прикладу задачі оцінювання

Еталон складається з чотирьох критеріїв: одного узагальненого GC і трьох підпорядкованих $C = \{c_j | j = \overline{1,3}\}$. Стрілки показують напрям розрахунку, який є зворотнім відношенню підпорядкування критеріїв. До задачі входить також множина з трьох альтернатив: $A = \{a_i | i = \overline{1,3}\}$. Ці альтернативи будуть демонструвати виключний випадок. Зробимо такі позначення:

$v(a_i|c_j) \in [0,1]$ – оцінка альтернативи a_i по критерію c_j ;

$v(a_i|GC) \in [0,1]$ – узагальнена оцінка альтернативи a_i по узагальненому критерію GC ;

$e(c_j)$ – значення важливості критерію c_j .

В якості формального інструменту узагальнення оцінок альтернатив по часткових критеріях $v(a_i|c_j) \in [0,1]$ розглянемо три найбільш поширені методи:

середньозважене:

$$v^{WA}(a_i|GC) = \frac{\sum_{j=\overline{1,3}} (v(a_i|c_j) \cdot e(c_j))}{\sum_{j=\overline{1,3}} e(c_j)};$$

максимінна композиція:

$$v^{MM}(a_i|GC) = \max_{j=1,3} \min(v(a_i|c_j), e(c_j));$$

нечіткий інтеграл Сугено:

$$v^{FI}(a_i|GC) = (s) \int_{c_j \in C} v(a_i|c_j) \circ e(\cdot),$$

де $e(\cdot): 2^C \rightarrow [0,1]$ – нечітка міра важливості критеріїв з щільністю $e(c_j)$.

В Табл. 1 представлені значення всіх функцій в представленому прикладі задачі оцінювання.

Таблиця 1

Значення функцій в представленому прикладі задачі оцінювання

Критерії з C	c_1	c_2	c_3
Важливості критеріїв з C	$e(c_1)$	$e(c_2)$	$e(c_3)$
	1	0.25	1
Оцінювання альтернативи a_1			
Оцінки альтернативи a_1 в критеріях з C	$v(a_1 c_1)$	$v(a_1 c_2)$	$v(a_1 c_3)$
	1	0.2	0.1
Узагальнена оцінка $v^{WA}(a_1 GC)$		1.15/2.25 = 0.51	
Узагальнена оцінка $v^{MM}(a_1 GC)$		1	
Узагальнена оцінка $v^{FI}(a_1 GC)$		0.5	
Оцінювання альтернативи a_2			
Оцінки альтернативи a_2 в критеріях з C	$v(a_2 c_1)$	$v(a_2 c_2)$	$v(a_2 c_3)$
	0.1	0.2	1
Узагальнена оцінка $v^{WA}(a_2 GC)$		1.15/2.25 = 0.51	
Узагальнена оцінка $v^{MM}(a_2 GC)$		1	
Узагальнена оцінка $v^{FI}(a_2 GC)$		0.5	
Оцінювання альтернативи a_3			
Значення параметрів альтернативи a_3	$v(a_3 c_1)$	$v(a_3 c_2)$	$v(a_3 c_3)$
	0.06	0.2	0.07
Узагальнена оцінка $v^{WA}(a_3 GC)$		0.18/2.25 = 0.08	
Узагальнена оцінка $v^{MM}(a_3 GC)$		0.2	
Узагальнена оцінка $v^{FI}(a_3 GC)$		0.2	

Добре видно, що альтернативи a_1 і a_2 отримали однакові узагальнені оцінки для однакових методів узагальнення. Для різних методів, звичайно, ці оцінки є різними. Це пояснюється різною логікою операторів узагальнення. Оцінки третьої альтернативи значно відрізняються від них. Також видно, що альтернативи a_1 і a_2 відрізняються одна від одної виключно тим, що оцінки першого і третього параметрів змінені місцями. Отже виходить, що ці альтернативи мають різну природу (через різні критеріальні оцінки), але найбільш поширені методи дають однакові узагальнені оцінки альтернатив. Априорі можна стверджувати, що й інші методи дадуть аналогічний результат.

Виключення, тобто певне розрізнення оцінок цих альтернатив можуть дати методи, які враховують, наприклад, позицію підпорядкованих критеріїв. Якщо представити важливості критеріїв і оцінки альтернативи у вигляді двох функцій, то відстань між ними можна асоціювати з узагальненою оцінкою. Відстані, що враховують позиції критеріїв,

можна знайти в роботі Деца [18]. Втім використання таких відстаней потребує додаткових досліджень. Є можливими й інші методи.

Відсутність розрізнення узагальнених оцінок альтернатив a_1 та a_2 можна пояснити нечутливістю методів узагальнення або тим, що під час узагальнення втрачається певна інформація, хоча це мало що дає на практиці. Виявлена нечутливість призводить до неможливості ОПР обрати потрібну альтернативу, відштовхуючись від узагальнених оцінок. Звичайно, можна перейти на рівень підпорядкованих критеріїв і аналізувати їх. Але, якщо кількість таких критеріїв буде значною, може виникнути помилка через недостатні ергономічні спроможності людини, які обмежуються 7-9 критеріями [19].

Причина виникнення нечутливості полягає в однаковій важливості і високій пріоритетності критеріїв c_1 і c_2 . Це досить жорстка умова в задачах оцінювання, але вона часто продиктована практикою. Продемонструємо абсурдність поєднання

критеріїв c_1 і c_2 до узагальненого критерію GC . Для цього розглянемо приклад щодо вибору СО. Нехай потрібно вирішити задачу вибору кращої СО серед тих, що пропонуються на ринку. Задача вибору базується на задачі оцінки. Система критеріїв оцінки має задовольняти наступним вимогам, які витікають з теорії систем і особливостей задачі.

Головним фокусом оцінки СО є ефективність експлуатації, яка оцінюється з точки зору ефективності експлуатації на трьох-етапному циклі: “бойове застосування”, “логістика”, “технічне обслуговування і ремонт”. Ці критерії є критеріями верхнього рівня, який передусє рівню максимального узагальнення. Замітимо, що множини критеріїв, які відповідають етапам експлуатації, перетинаються незначно або взагалі не перетинаються одна з одною. В цій системі серед критеріїв, підпорядкованих критерію “бойове застосування”, наприклад, може знаходитись критерій “мертва зона”, який характеризує відстань (висоту), де СО ще не може діяти. Цей критерій дуже важливий для ракетних СО. З іншого боку, серед критеріїв, підпорядкованих критерію “логістика” може знаходитись критерій “національне виробництво боєприпасів”. Цей критерій визначає, чи може держава самостійно виробляти боєприпаси для цієї СО? Це теж дуже важливий критерій. Як порівняти “мертву зону” і “національне виробництво боєприпасів” або обґрунтовано визначити, що важливіше? Які аргументи можна привести, що один критерій важливіше іншого і наскільки? Очевидно, що ці критерії не можна порівнювати. В протилежному випадку вся система критеріїв стає розбалансованою за смыслом. Всі критерії в ієрархії або в її окремій гілці повинні мати єдиний зрозумілий контекст. Оцінки СО будуть мати смисл, який визначається цим контекстом. Наприклад, швидкість руху по бездоріжжю для транспортно-зарядних машин може розглядатись в контексті швидкої зміни позиції батареї, але й в контексті можливості підвозу боєприпасів з віддаленої бази озброєння.

Добре відомо правило: порівнювати подібне. Подібність визначає наявність згаданого вище контексту. Інакше виникає дилема на кшталт що краще або що важливіше: гаряче чи жовте? Взагалі, як показано в роботі [20], зведення багатокритеріального вибору до вибору по одному критерію є можливим за припущенням, що людина міркуватиме

раціонально. Але, в разі порівняння критеріїв, які слабо співвідносяться один з одним, таке припущення представляється невиправданою абстракцією.

Для забезпечення вибору по одному критерію в задачі оцінки ефективності експлуатації СО необхідно порівнювати між собою критерії: бойове застосування, логістика, технічне обслуговування і ремонт. Ці критерії теж погано порівнюються між собою, оскільки характеризують різні етапи експлуатації СО, які практично не перетинаються. Як мінімум два з них мають приблизно однакову важливість: бойове застосування та технічне обслуговування і ремонт. Логістика може здійснюватися спеціальними підрозділами, що не обов'язково входять до складу СО. Тому з великою можливістю можна очікувати, що при призначенні ваг критеріїв експерт буде відчувати утруднення і буде суб'єктивізувати свій вибір, несвідомо додаючи індивідуальні переваги.

Одним з можливих рішень може бути вибір альтернатив на основі методу Еджворта-Парето, але він базується на техніці регуляризації, яка за суттю все одно зводить багато критеріїв до одного, використовуючи в деяких випадках логічну згортку [21] або відношення більш слабого упорядкування замість суворого упорядкування.

Дослідження процедури вибору, заснованої на поєднанні багатокритеріальної оцінки та ієрархічної кластеризації.

Виходячи з викладеного вище можна зробити проміжний висновок. Оскільки СО є дуже складними системами і формальні методи не завжди можуть врахувати усі нюанси і обставини їх експлуатації, доцільно перейти на більш низький рівень критеріїв, підпорядкованих узагальненому. Тим самим доцільно залишити право кінцевого вибору ОПР, але одночасно запропонувати спосіб зменшення кількості альтернатив, які рекомендуються для прийняття рішення щодо вибору. Таким способом переходу на більш низький рівень критеріїв зменшення кількості альтернатив може бути метод ієрархічної кластеризації в просторі кількох критеріїв максимального рівня узагальнення.

Метод багатокритеріальної оцінки описано вище. Метод ієрархічної кластеризації передбачає вирішення задачі вибору в такі етапи.

1. Оцінюються всі альтернативи в системі критеріїв, яка не має єдиного

узагальненого критерію. В задачі вибору СО це три критерія ефективності експлуатації.

2. З оцінюваних альтернатив формується еталонна альтернатива, яка складається з найкращих оцінок альтернатив в критеріях найвищого рівня узагальнення. Тобто, якщо за першим таким критерієм найкращу оцінку має третя альтернатива, то ця оцінка присвоюється оцінці першого критерія еталонної альтернативи. Аналогічно формуються оцінки інших критеріїв.

3. В просторі критеріїв вищого рівня узагальнення вирішується задача ієрархічної кластеризації. В ієрархічній кластеризації кількість кластерів заздалегідь невідома. Результатом кластеризації є одна або кілька альтернатив, які максимально еквівалентні еталонній альтернативі. Чим вище рівень еквівалентності, на якому наявні альтернативи об'єднуються в один клас з еталонною, тим менш розмір підмножини альтернатив, які надаються для прийняття рішення щодо вибору.

4. Особа, яка приймає рішення, здійснює кінцевий вибір, враховуючи додаткові неформальні фактори.

Далі розглянемо математичний опис методу ієрархічної кластеризації і розглянутий вище виключний випадок. Еталонна альтернатива позначена індексом $i = 1$. Відповідно, нумерація інших альтернатив зсувається на одиницю.

Загальна схема ієрархічної кластеризації полягає в отриманні відношення схожості між альтернативами, наприклад, на основі відстані Хемінга і перетворення відношення схожості у відношення еквівалентності за допомогою транзитивного замкнення (див., наприклад, роботу [22]). Необхідність транзитивного замкнення обумовлена тим, що відношення схожості не є транзитивним. Додавимо, що відношення еквівалентності можна побудувати й іншими способами [23].

Відношення еквівалентності визначає вкладену систему варіантів розбиття на множині альтернатив. Кількість класів і кількість альтернатив в кожному класі буде залежати від обраного рівня еквівалентності. Результатом роботи алгоритму буде клас альтернатив, який має максимальний рівень еквівалентності і містить як мінімум одну альтернативу поряд з еталонною.

Одним з можливих підходів до формування еталонної альтернативи є

$$R(a_m, a_n) = \left\{ \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha \cdot R_\alpha(a_m, a_n) \mid R_\alpha(a_m, a_n): A \times A \rightarrow [0,1] \right\}. \quad (*)$$

α -рівнем нечіткого відношення R називають звичайне відношення R_α , яке визначається таким чином:

призначення її критеріальним оцінкам максимальних оцінок серед усіх альтернатив в кожному критерії вищого рівня узагальнення, тобто:

$$v(a_i | c_j) = \max_{i=2, \overline{N_A}} v(a_i | c_j), j = \overline{1,3},$$

де N_A – потужність множини альтернатив.

З врахуванням еталонної альтернативи, потужність множини альтернатив має бути збільшена на одиницю: $N_A^* = N_A + 1$. Алгоритм вибору має три кроки.

Крок 1. Розрахунок нечіткого відношення схожості.

Отже, для кожної альтернативи за допомогою методу багатокритеріальної оцінки були отримані оцінки $v(a_i | c_j), j = \overline{1,3}, i = \overline{2, N_A^*}$. Ці оцінки віддзеркалюють рівень схожості альтернативи з еталоном оцінки, який описано за допомогою ієрархії критеріїв. Рівень схожості альтернатив a_m і a_n може бути отриманий наступним чином:

$$s(a_m, a_n) = 1 - \vartheta(a_m, a_n), \forall m, n \in \overline{1, N_A^*},$$

де $\vartheta(a_m, a_n) = \frac{1}{3} \cdot \sum_{c_j \in Z} |v(a_m | c_j) - v(a_n | c_j)|$ – нормована відстань Хемінга.

Усі оцінки схожості між альтернативами утворюють відношення схожості $S(a_m, a_n) = \{s(a_m, a_n)\}$. Замітимо, що відстань Хемінга досить широко використовується для отримання відношення схожості в різноманітних задачах (див., наприклад, роботу [24]).

Крок 2. Розрахунок нечіткого відношення еквівалентності.

Як було зазначено вище, транзитивне замкнення відношення схожості дає відношення еквівалентності:

$$R(a_m, a_n) = \bigcup_{r=1}^{r_{max}} S^r(a_m, a_n),$$

де $S^r(a_m, a_n) = S^{r-1}(a_m, a_n) \circ S(a_m, a_n)$ – максимінна композиція [25];

r – індекс ітерацій;

r_{max} – значення індексу ітерацій, коли $S^r(a_m, a_n) = S^{r-1}(a_m, a_n)$.

Крок 3. Розбиття відношення еквівалентності на класи і формування множини рішень.

Для формування кластерів достатньо розглянути α -рівні функції належності нечіткого відношення $R(a_m, a_n)$. α -рівневе представлення нечіткого відношення еквівалентності може бути записано наступним чином:

$$R_\alpha = \{(a_m, a_n) \in A \times A \mid R(a_m, a_n) \geq \alpha\}.$$

Якщо звичайне відношення R_α ототожити з його характеристичною функцією, то можна записати:

$$R_\alpha(a_m, a_n) = \begin{cases} 1, & R(a_m, a_n) \geq \alpha, \\ 0, & R(a_m, a_n) < \alpha. \end{cases}$$

Якщо $\alpha = const$, множину A можна розділити на N_c підмножин (класів), які не перетинаються:

$$R_\alpha(a_m, a_n) = \left\{ \bigcup_{p=1, \dots, N_p} R_\alpha^c(a_m, a_n) \mid \forall R_\alpha^c \cap R_\alpha^r = \emptyset, r \neq c \right\}.$$

Отже, після вибору α -рівня ми отримаємо множину варіантів розбиття на множині A . Смісл α -рівня полягає в наступному. Чим вище α -рівень, тим більш суворі вимоги до еквівалентності альтернатив в одному кластері. Якщо $\alpha = 1$, то $N_p = N_A^*$ і кожний клас включає в себе лише одну альтернативу або кілька повністю еквівалентних одна одній альтернатив (з врахуванням еталонної альтернативи). Якщо $\alpha = 0$, то $N_p = 1$ і ми отримаємо єдиний клас, який включає в себе всі альтернативи. Обидва випадки є тривіальними рішеннями.

Результатом алгоритму буде підмножина (клас) $A^d \in A$, яка буде містити еталонну альтернативу a_1 . Оскільки тривіальним рішенням є $A^d = A$, то необхідно обмежити розмір A^d . Тут потенційно можливі два шляхи:

за допомогою завдання рівня $\alpha_{est} \neq 0$, для котрого $a_1 \in A^d$

$$A^d = a_1 \cup A', A' = \{a_m \mid R_{\alpha_{est}}(a_1, a_m) = 1\} \neq \emptyset;$$

за допомогою завдання кількості альтернатив N_{A^d} підмножини A^d

$$A^d = a_{et} \cup A', A' = \{a_m \mid R_\alpha(a_{et}, a_m) = 1\}, card(A') = N_{A^d}.$$

Тобто, щоб виділити з всієї множини альтернатив підмножину для прийняття рішення щодо вибору, необхідно встановити або рівень еквівалентності, або максимальний розмір підмножини еквівалентних альтернатив.

Вирішення задачі вибору в розглянутому виключному випадку запропонованим способом.

В Табл. 2 наведені оцінки альтернатив, включаючи еталонну альтернативу, в критеріях з множини C .

Таблиця 2

Оцінки альтернатив

Критерії Альтернативи	c_1	c_2	c_3
a_2	1	0.1	0.01
a_3	0.01	0.1	1
a_4	0.06	0.2	0.07
a_1	1	0.2	1

В Табл. 3 наведені оцінки еквівалентності альтернатив, отримані відповідно до формули (*).

Таблиця 3

Оцінки еквівалентності альтернатив

Альтернативи	a_1	a_2	a_3	a_1
a_2	1	0.637	0.637	0.637
a_3	0.637	1	0.638	0.637
a_4	0.637	0.638	1	0.637
a_1	0.637	0.637	0.637	1

На рис. 3 наведено розбиття альтернатив на класи еквівалентності.

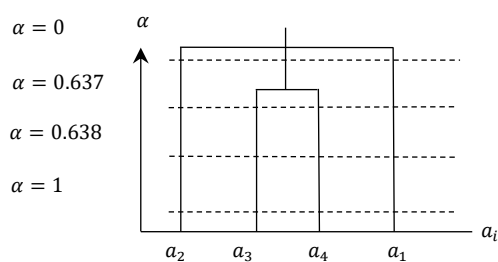


Рис. 3. Розбиття альтернатив на класи еквівалентності

Отже, аналіз розрахунків показує наступне.

Альтернативи a_2 і a_3 опинились в різних класах еквівалентності, що на перший погляд спонукає до висновку про чутливість запропонованого методу і потребу розглядати ці альтернативи окремо. На такий висновок також наводить об'єднання альтернатив a_3 і a_4 на рівні $\alpha = 0.637$, що також зберігає розрізнення між альтернативами a_2 і a_3 . Але такий висновок важко вважати надійним, оскільки жодна з альтернатив не увійшла в один клас спільно з еталонною альтернативою a_1 , що свідчить про збереження невизначеності вибору.

Висновки. В задачі багатокритеріального вибору, яка відноситься до класу задач управління, існує складний виключний випадок, коли найбільш пріоритетні критерії на вищому рівні ієрархії критеріїв мають однакову можливість, а оцінки альтернатив за цими критеріями відрізняються лише місцями критеріїв. Це дуже складна задача вибору, коли оцінки альтернатив в критеріях нижчих рівнів ієрархії є різними (різна природа оцінок), а на вищих рівнях – ідентичними. Вирішення такої задачі традиційними поширеними методами, заснованими на зведенні багатьох критеріїв до одного, не дає результату – альтернативи неможна розрізнити і надати відповідні рекомендації особі, яка приймає рішення. За суттю, таке рішення є максимально невизначеним. Такий випадок не є результатом необґрунтованої абстракції. На практиці він зустрічається досить часто. Тому процедура вибору вимагає вдосконалення і це питання торкається філософії задачі вибору.

Щоб врахувати природу таких альтернатив, автори зробили спробу оперувати на рівні критеріїв, підпорядкованих узагальненому критерію. Але у випадку збільшення кількості таких критеріїв ОПР буде відчувати утруднення під час порівняння внаслідок обмежених ергономічних спроможностей людини. Навіть три

альтернативи за трьома критеріями формують дев'ять елементів порівняння – гранична межа ергономічних спроможностей за Сааті. Тому запропоновано сполучення одного з багатокритеріальних методів і методу ієрархічної кластеризації в просторі критеріїв нижчого рівня з використанням еталонної альтернативи, яка відіграє роль правила регуляризації. Також запропоновано формувати еталонну альтернативу з максимальних оцінок наявних альтернатив в критеріях. Розрахунки показали, що це дало певний результат, зокрема те, що альтернативи утворили різні класи і це свідчить про їх розрізнення. Але, якщо виходити від логіки кластеризації, такий висновок не можна вважати надійним, оскільки жодна альтернатива не утворила клас спільно з еталонною альтернативою. За суттю, висока невизначеність зберіглася і розглянутий випадок вимагає додаткових досліджень.

Основними напрямками подальших досліджень доцільно вважати такі:

вдосконалення порядку визначення еталонної альтернативи;

уточнення порядку формування неявного еталону, зокрема за рахунок зміни множини часткових критеріїв, а також за рахунок розгляду додаткових властивостей критеріїв;

дослідження зміни результатів кластеризації у разі формування відношення схожості між альтернативами за допомогою інших метрик, ніж відстань Хемінга.

Результати цих досліджень плануються до публікації в наступних працях.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- Zhang, S. T., Dou, Y. J., & Zhao, Q. S. Evaluation of capability of weapon system of systems based on multi-scenario. In *Advanced Materials Research*. 2014, Vol. 926, pp. 3806-3811. Trans Tech Publications Ltd. URL: <https://www.scientific.net/AMR.926-930.3806> (дата звернення: 20.03.2024).

2. Jiang, J., Li, X., Zhou, Z. J., Xu, D. L., & Chen, Y. W. Weapon system capability assessment under uncertainty based on the evidential reasoning approach // *Expert Systems with Applications*, 2011, № 38(11), pp. 13773-13784. URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=6b834dfce5c208580603903f0529a2d0480a224b> (дата звернення: 20.03.2024).
3. Kim, D. J., Lee, H. W., Jung, J. H., & Yong, H. Y. Usability Evaluation Criteria of Software GUI on Weapon System // *Journal of the Korea Academia-Industrial cooperation Society*, 2015, № 16(12), 8691-8699. URL: <https://koreascience.kr/article/JAKO201504641501437.page> (дата звернення: 20.03.2024).
4. Saaty T.L. Relative measurement and its generalization in decision making why pairwise comparisons are central in mathematics for the measurement of intangible factors the analytic hierarchy/network process. *Rev. R. Acad. Cien. Serie A. Mat.* 102, (2008) 251–318. URL: <https://cutt.ly/AXeD53j> (дата звернення: 20.03.2024).
5. Greiner, M. A., Fowler, J. W., Shunk, D. L., Carlyle, W. M., & McNutt, R. T. A hybrid approach using the analytic hierarchy process and integer programming to screen weapon systems projects // *IEEE Transactions on Engineering management*, 2003, № 50(2), 192-203. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1202982> (дата звернення: 20.03.2024).
6. Chen, Z. A novel effectiveness Assessment Method of Weapon System Based on Triangular Fuzzy Number Analytic Hierarchy Process // *China Mechanical Engineering*, 2013, № 24(11), 1442. URL: <http://www.cmemo.org.cn/EN/Y2013/V24/I11/1442> (дата звернення: 20.03.2024).
7. Cheng, C. H., & Mon, D. L. Evaluating weapon system by analytical hierarchy process based on fuzzy scales // *Fuzzy sets and systems*, 1994, № 63(1), pp. 1-10. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0165011494901406> (дата звернення: 20.03.2024).
8. Mon, D. L., Cheng, C. H., & Lin, J. C. Evaluating weapon system using fuzzy analytic hierarchy process based on entropy weight // *Fuzzy sets and systems*, 1994, № 62(2), pp. 127-134. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0165011494900523> (дата звернення: 20.03.2024).
9. Cheng, C. H., & Lin, Y. Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation // *European journal of operational research*, 2002, № 142(1), pp. 174-186. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221701002806> (дата звернення: 20.03.2024).
10. Bai, Y., & Wang, D. Evaluate and identify optimal weapon systems using fuzzy multiple criteria decision making // In 2011 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2011) (pp. 1510-1515). URL: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6007311> (дата звернення: 20.03.2024).
11. Karadayi, M. A., Ekinçi, Y., & Tozan, H. A fuzzy MCDM framework for weapon systems selection // *In Operations Research for Military Organizations*, 2019, pp. 185-204. IGI Global. URL: <https://www.igi-global.com/chapter/a-fuzzy-mcdm-framework-for-weapon-systems-selection/209806> (дата звернення: 20.03.2024).
12. Wu, D., & Mendel, J. M. Computing with words for hierarchical decision making applied to evaluating a weapon system // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2010, № 18(3), pp. 441-460. URL: <https://lab.bciml.cn/wp-content/uploads/2020/08/Computing-With-Words-for-Hierarchical-Decision-Making-Applied-to-Evaluating-a-Weapon-System.pdf> (дата звернення: 20.03.2024).
13. Gao, F., Zhang, A., & Bi, W. Weapon system operational effectiveness evaluation based on the belief rule-based system with interval data // *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2020, № 39(5), pp. 6687-6701. URL: <https://content.iospress.com/articles/journal-of-intelligent-and-fuzzy-systems/ifs190651> (дата звернення: 20.03.2024).
14. Liao, S., Lu, K., Cheng, C. Evaluating Anti-armor Weapon Using Ranking Fuzzy Numbers // *Tamsui Oxford Journal of Mathematical Sciences*. 2000, № 16. URL: <https://auir.au.edu.tw/bitstream/987654321/4352/1/16%282%2916-10%28241-257%29.pdf> (дата звернення: 20.03.2024).
15. Ziyuan, Q., Yangyang, Z., Liqing, F., Mengshan, J., Yanan, L., & Guoyu, L. Research on Effectiveness Evaluation Method of Weapon System Based on Cloud Model // *In Journal of Physics: Conference Series*, 2021, Vol. 1965, № 1, p. 012005. IOP Publishing. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1965/1/012005/pdf> (дата звернення: 20.03.2024).
16. Astrachan O. Bubble sort: an archaeological algorithmic analysis // *ACM Sigse Bulletin*. 2003. Т. 35. № 1. С. 1-5.
17. Sveshnikov S., Bocharnikov V. et al. Choosing the best observation channel parameters for measuring quantitative characteristics of objects in MCDM-problems and uncertainty conditions // *Yugoslav Journal of Operations Research*. 2023, Vol.33, № 3, pp. 3677-3877.
18. Deza M., Deza E. *Encyclopedia of distances*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Edition 4, (2016), 756 p. ISBN 978-3-662-52843-3.
19. Saaty, T.L. Relative measurement and its generalization in decision making why pairwise comparisons are central in mathematics for the measurement of intangible factors the analytic hierarchy/network process. *Rev. R. Acad. Cien. Serie A. Mat.* 102, 2008, pp.251–318. URL: <https://cutt.ly/AXeD53j> (дата звернення: 20.03.2024).

20. Ногин, В. Д. (2005). Обобщенный принцип Эджворта-Парето в терминах функций выбора. Методы поддержки принятия решений. Тр. Института системного анализа РАН/Под ред. С.В. Емельянова, А.Б. Петровского. М.: Едиториал УРСС, С. 43-53.
21. Смирнов М. М. О логической свертке вектора критериев в задаче аппроксимации множества Парето // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1996. Т. 36. № 5. С. 62-74.
22. Garmendia Salvador, L., González del Campo, R., López, V., & Recasens Ferrés, J. An algorithm to compute the transitive closure, a transitive approximation and a transitive opening of a fuzzy proximity // *Mathware and soft computing*, 2009, № 16(2), pp. 175-191. URL: <http://surl.li/fiwfu> (дата звернення: 20.03.2024).
23. Tamura, S., Higuchi, S., & Tanaka, K. Pattern classification based on fuzzy relations // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, (1), 1971, pp. 61-66. URL: <http://surl.li/fiwgg> (дата звернення: 20.03.2024).
24. Yanto, I. T. R., Saedudin, R. R., & Lashari, S. A. A numerical classification technique based on fuzzy soft set using Hamming distance // *In Recent Advances on Soft Computing and Data Mining: Proceedings of the Third International Conference on Soft Computing and Data Mining (SCDM 2018)*, Johor, Malaysia, February 06-07, 2018, (pp. 252-260). Springer International Publishing. URL: https://repository.unmul.ac.id/bitstream/handle/123456789/1316/file_1021900046.pdf?sequence=1&isAllowed=y (дата звернення: 20.03.2024).
25. Pospelov, D. A. (edt), *Fuzzy Sets in Management and Artificial Intelligence Models*, Nauka, Moscow, (1986), 396 p.

Стаття надійшла до редакційної колегії 02.04.2024

The problem of correct solution of the multicriteria selection problem based on methods of reducing several criteria to one

Annotation

The article analyzes the case of a multi-criteria selection problem, when methods of reducing several criteria to one do not provide a distinction between alternatives of different nature and, accordingly, the possibility of choice. An approach to the choice is investigated, which consists in hierarchical clustering in the space of several generalized criteria.

The method of hierarchical clustering involves solving the problem of choice in the following stages.

1. All alternatives are evaluated in a system of criteria that does not have a single generalized criterion. In the task of selecting a weapon system, these are three criteria of operational effectiveness: combat use, logistics, maintenance and repair.

2. From the evaluated alternatives, a reference alternative is formed, which consists of the best evaluations of alternatives in the criteria of the highest level of generalization.

3. In the space of criteria of the highest level of generalization, the problem of hierarchical clustering is solved. In hierarchical clustering, the number of clusters is unknown in advance. The result of clustering is one or more alternatives that are as equivalent as possible to the reference alternative.

4. The decision maker makes the final choice, taking into account additional informal factors.

The main areas for further research should be considered as follows:

improving the procedure for determining the reference alternative;

clarification of the procedure for forming an implicit criterion, in particular by changing the set of partial criteria, as well as by considering additional properties of the criteria;

studying the change in the results of clustering in the case of forming a similarity ratio between alternatives using metrics other than Heming's distance.

Keywords: multicriteria evaluation; selection of alternatives; additive convolution; fuzzy-integral calculus; Pareto set.