

Загорка О. М., доктор військових наук, професор (0000-0003-1131-0904)

Уварова Т. В., кандидат технічних наук, старший дослідник (0000-0003-2388-4059)

Загорка І. О. (0000-0002-0693-1434)

Центр воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України, Київ

Методичний підхід до визначення термінів вирішення проблем в умовах невизначеності під час оборонного планування

Резюме. У статті розглянуто визначення терміну вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування на підставі бета-розподілу цього терміну в інтервалі оптимістичних і песимістичних експертних оцінок.

Ключові слова: термін вирішення проблеми; оптимістична та песимістична оцінка; бета-розподіл.

Постановка проблеми. Оборонне планування полягає в розробленні управлінських рішень у вигляді прогнозів, програм і планів, у яких наводяться проблеми (заходи), що потребується вирішити (виконати) у сфері оборони держави. Терміни вирішення проблем (виконання заходів) оборонного планування звичайно визначаються експертним шляхом в умовах впливу на сили оборони держави багатьох внутрішніх і зовнішніх факторів невизначеного характеру.

Це обумовлює необхідність врахування невизначеності під час оцінювання експертами термінів вирішення проблем (виконання заходів), які планується здійснити з метою розвитку (удосконалення) сил оборони або їх складових.

В умовах особливого періоду оборонні завдання, як правило, планується виконувати у стислі строки. Це потребує більш досконалого і обґрунтованого визначення термінів виконання завдань, що обумовлює важливість і актуальність розгляду цього питання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У прогнозах, програмах, планах звичайно вказуються конкретні значення термінів вирішення проблем (виконання заходів). Проте в умовах невизначеності експерту простіше дати інтервальну оцінку терміну вирішення проблеми (виконання заходу), чим указати конкретне значення. Це підтверджується і тим, що оборонне планування здійснюється за відсутності повноти статистичних даних.

У статті [1] розглянуто визначення ймовірності виконання роботи (вирішення проблеми, виконання заходу) до визначеного часу з використанням інтервальних оцінок, що

надаються експертами у нечіткому вигляді. Наведений підхід, як і у праці [2], засновується на припущенні про бета-розподіл випадкової величини, яка визначає тривалість виконання роботи. Ймовірність виконання роботи до визначеного часу визначається для конкретних параметрів бета-розподілу, способи вибору параметрів бета-розподілу та врахування експертами невизначеності не розглядаються.

Для використання розглянутого підходу з метою визначення термінів вирішення проблем (виконання заходів) під час оборонного планування необхідно: уточнити параметри бета-розподілу тривалості виконання роботи; визначити спосіб надання експертами нечітких оцінок тривалості виконання робіт; отримати залежності для обчислення ймовірності виконання роботи до визначеного часу.

Це обумовлює доцільність проведення дослідження з метою – розроблення на підставі використання бета-розподілу тривалості виконання робіт методичного підходу до визначення термінів виконання заходів оборонного планування.

Виклад основного матеріалу. Методичний підхід до отримання оцінок часу вирішення проблем, який засновується на припущенні їх бета-розподілу, пропонується застосовувати під час прогнозування і планування складних соціально-економічних процесів, а також виконання наукових і технічних робіт у різних сферах діяльності [1, 2]. Оборонне планування також є складним процесом, який охоплює воєнну, економічну, технічну, наукову, соціальну та інші сфери діяльності держави. Отже доцільно розглянути застосування бета-розподілу для

визначення термінів вирішення проблем (виконання заходів) оборонного планування.

Щільність бета-розподілу ймовірностей описується виразом [3]

$$f(x) = \frac{1}{B(a,b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}, \quad (0 < x < 1), \quad (1)$$

де a, b – додатні параметри;

$B(a,b)$ – нормуючий множник.

Коли параметри a і b цілі додатні числа, то

$$B(a,b) = \frac{(a-1)!(b-1)!}{(a+b-1)!}. \quad (2)$$

Функція бета-розподілу

$$F(x;a,b) = \frac{1}{B(a,b)} \int_0^x y^{a-1} (1-y)^{b-1} dy, \quad (0 < x < 1). \quad (3)$$

На рис. 1 показані щільності бета-розподілу ймовірностей $f(x)$ для різних значень параметрів a і b .

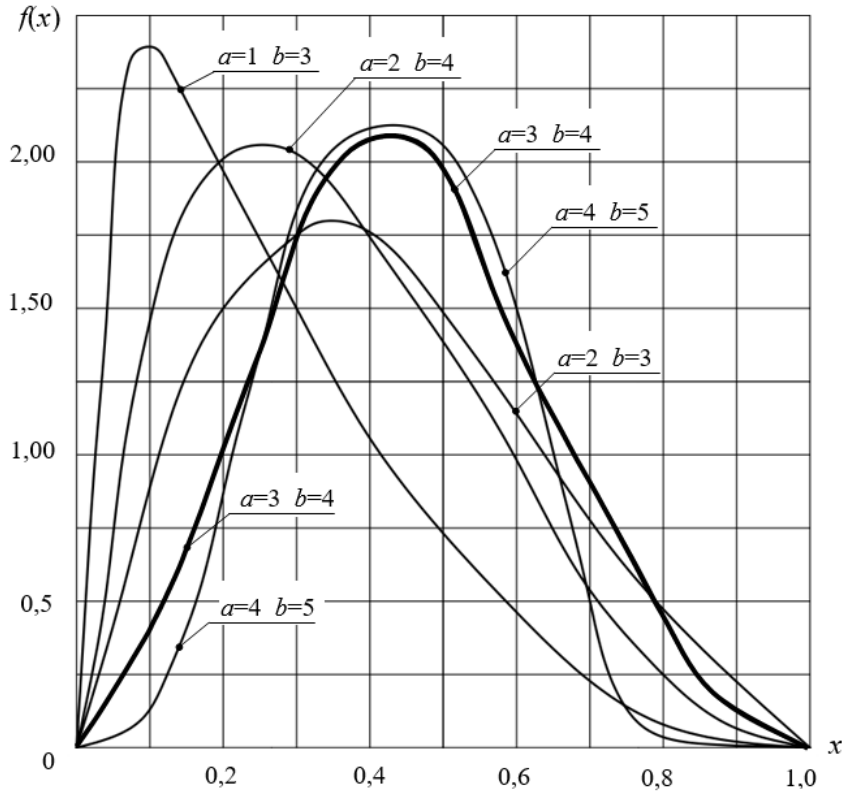


Рис. 1. Щільності бета-розподілу ймовірностей

Розподіл $f(x)$ (див. рис. 1) є одномодальним. *Мода* – це точка максимуму щільності розподілу ймовірності, яка характеризує найбільш імовірне значення випадкової величини. Для бета-розподілу у разі збільшення параметрів збільшується значення моди, розподіл наближається до нормального. У працях [1, 2] для визначення часу виконання робіт під час планування складних соціально-економічних процесів, вирішення наукових і технічних проблем, інноваційних проєктів у різних сферах діяльності запропоновано використовувати бета-розподіл з параметром $a = 2$, $b = 3$. Для випадку, що досліджується, який характеризується впливом на терміни вирішення проблем (виконання заходів) оборонного планування багатьох невизначених факторів, з метою порівняння

являє інтерес використання бета-розподілу з параметрами $a = 2$, $b = 3$ та $a = 3$, $b = 4$.

Під час використання бета-розподілу ймовірність того, що мету роботи буде досягнуто до моменту часу t , визначається так [1]:

$$P(t/t_1, t_2) = \begin{cases} 0 & t < t_1 \\ F(t) & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 1 & t > t_2 \end{cases}, \quad (4)$$

де t_1, t_2 – нечітка оптимістична (песимістична) оцінка часу виконання роботи;

$F(t)$ – функція бета-розподілу.

Функція бета-розподілу $F(t)$ визначається за формулою (3), де змінна масштабування

$$x = \frac{t-t_1}{t_2-t_1}, \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (5)$$

Звідси

$$t = t_1 + x(t_2 - t_1). \quad (6)$$

Відповідно до формули (3) функції бета-розподілу $F(t)$ з параметрами $a=2$, $b=3$ та $a=3$, $b=4$ мають вигляд:

$$F(t) = 12 \int_0^x y(1-y)^2 dy; \quad (7)$$

$$F(t) = 60 \int_0^x y^2(1-y)^3 dy. \quad (8)$$

Після інтегрування:

$$F(t) = 12 \left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{2}{3} x^3 + \frac{1}{4} x^4 \right); \quad (9)$$

$$F(t) = 60 \left(\frac{1}{3} x^3 - \frac{3}{4} x^4 + \frac{3}{5} x^5 - \frac{1}{6} x^6 \right). \quad (10)$$

Результати розрахунку функцій бета-розподілу $F(t)$ наведені на рис. 2.

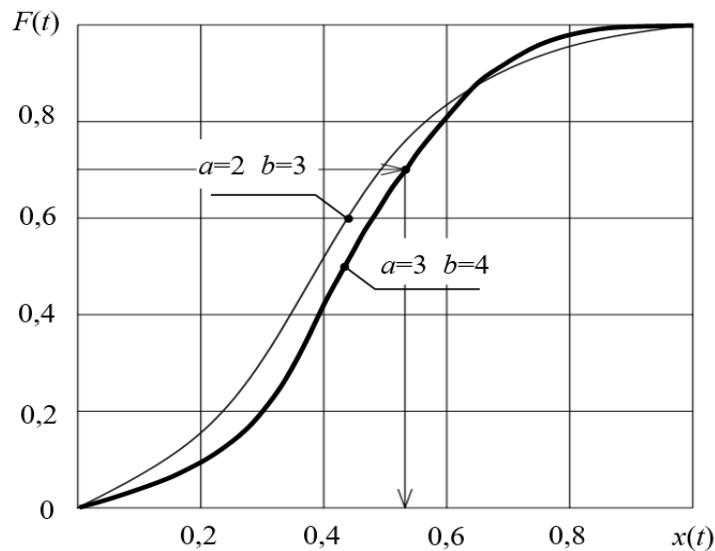


Рис. 2. Функції бета-розподілу

Функції бета розподілу з параметрами $a=2$, $b=3$ та $a=3$, $b=4$ відрізняються незначно. Проте під час використання функції бета-розподілу з параметрами $a=3$, $b=4$ для заданої ймовірності $P(t/t_1, t_2)$ час досягнення мети роботи декілька збільшується. При $F(t)=0,5$ змінна X наближається до середнього значення. Це все обумовлює можливість використання під час визначення термінів вирішення проблем (виконання заходів) оборонного планування також функції бета-розподілу з параметрами $a=3$, $b=4$.

Для визначення термінів вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування за результатами експертного опитування застосовується нечітко-множинний підхід. Ураховуються функції належності $h(t_1)$, $h(t_2)$, які для кожної оцінки t_1, t_2 задають рівень упевненості приналежності її до множини часу виконання роботи.

На практиці зручно використовувати кусково-лінійну апроксимацію функції належності нечіткої множини у вигляді рівностороннього трикутника [4]. Нечіткі

оптимістичні (песимістичні) оцінки термінів вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування t_1 (t_2) надаються експертами у межах $t_{1\min}, t_{1\max}$ ($t_{2\min}, t_{2\max}$), що відповідає функціям належності $h(t_1)$, $h(t_2)$ трикутного типу.

Середні значення нечіткого числа функцій належності $h(t_1)$, $h(t_2)$ буде:

$$t_{1\text{сеп}} = \frac{t_{1\min} + t_{1\max}}{2}; \quad t_{2\text{сеп}} = \frac{t_{2\min} + t_{2\max}}{2}. \quad (11)$$

Значення функцій належності $h(t_1)$, $h(t_2)$ для нечіткої оптимістичної та песимістичної оцінки експертами тривалості вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування визначаються у такий спосіб:

$$h(t_1) = \begin{cases} \frac{t_1 - t_{1\min}}{t_{1\text{сеп}} - t_{1\min}} & t_{1\min} \leq t_1 \leq t_{1\text{сеп}} \\ \frac{t_{1\max} - t_1}{t_{1\max} - t_{1\text{сеп}}} & t_{1\text{сеп}} < t_1 \leq t_{1\max} \end{cases}, \quad (12)$$

$$h(t_2) = \begin{cases} \frac{t_2 - t_{2\min}}{t_{2\text{сеп}} - t_{2\min}} & t_{2\min} \leq t_2 \leq t_{2\text{сеп}} \\ \frac{t_{2\max} - t_2}{t_{2\max} - t_{2\text{сеп}}} & t_{2\text{сеп}} < t_2 \leq t_{2\max} \end{cases}.$$

Слід зазначити, що можна використовувати інші форми функції належності, наприклад, у вигляді трапеції.

Під час визначення термінів вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування застосовується колективна експертиза. Ураховуючи рівні впевненості в експертних оцінках, що визначаються функціями належності $h(t_1)$, $h(t_2)$, терміни вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування за результатами експертизи розраховуються за формулами:

$$t_1^* = \frac{\sum_i t_{1i} h(t_{1i})}{\sum_i h(t_{1i})}; \quad t_2^* = \frac{\sum_i t_{2i} h(t_{2i})}{\sum_i h(t_{2i})}; \quad i = \overline{1, N}, \quad (13)$$

де t_{1i} , t_{2i} – оптимістична (песимістична) оцінка терміну, що надається i -м експертом;

N – кількість експертів.

Під час колективної експертизи неминучим є розходження в оцінках експертів. Результати експертизи вважаються достатньо надійними за умовою узгодженості оцінок окремих експертів.

Мірою узгодженості оцінок експертів вважається коефіцієнт варіації [1] – відношення середньоквадратичного відхилення оцінок до їх середнього значення. Коефіцієнти варіації для оптимістичних і песимістичних оцінок визначаються за формулами:

$$V_1 = \frac{\sqrt{\sum_i (t_{1i} - t_{1\min} - \bar{t}_1)^2 r(t_{1i})}}{\bar{t}_1}; \quad (14)$$

$$V_2 = \frac{\sqrt{\sum_i (t_{2i} - t_{2\min} - \bar{t}_2)^2 r(t_{2i})}}{\bar{t}_2},$$

де $\bar{t}_1 = (t_{1i} - t_{1\min})r(t_{1i})$;

$\bar{t}_2 = (t_{2i} - t_{2\min})r(t_{2i})$;

$$r(t_{1i}) = \frac{h_{1i}}{\sum_i h_{1i}}; \quad r(t_{2i}) = \frac{h_{2i}}{\sum_i h_{2i}}, \quad i = \overline{1, N}.$$

Результати колективної експертизи можна вважати задовільними, коли

коефіцієнти варіації V_1 , V_2 перебувають у межах 0,2 – 0,3, і добрими, коли менше 0,2. При значенні коефіцієнта V_1 або V_2 більше 0,3 потрібно вдосконалити експертне оцінювання.

Для визначення терміну вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування потрібно згадати значення функції розподілу $F(t)$ на рис. 2 та отримати відповідне значення змінної масштабування x . Тоді термін вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування обчислюється за формулою

$$t = t_1^* + x(t_2^* - t_1^*). \quad (15)$$

Отже можна трактувати: проблема може бути вирішена (захід виконаний) із заданою ймовірністю за термін не більше t .

Для визначення найбільш імовірного терміну вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування з рис. 1 знаходиться мода щільності бета-розподілу $f(x)$. За формулою (15) розраховується найбільш імовірний термін вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування.

Порядок визначення терміну вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування наведено на рис. 3.

У наведених методичних положеннях не розкривається сутність визначення шляхів вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування та аналізу чинників, які впливають на проблему (захід). Це має виконуватися для конкретної проблеми (заходу). Акцент у наведених положеннях робиться на розкритті сутності аналітичних залежностей для експертного оцінювання термінів вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування.

Визначення терміну вирішення проблеми оборонного планування з використанням розробленого підходу показано на прикладі.

У прикладі застосовується бета-розподіл змінної масштабування термінів вирішення проблеми з параметрами $a=3$, $b=4$. Диференціальний та інтегральний закони бета-розподілу показано на рис. 1,2.

Межі оптимістичних оцінок термінів становлять $t_{1\min} = 21$, $t_{1\max} = 23$ місяці, песимістичних оцінок – $t_{2\min} = 24$, $t_{2\max} = 26$ місяців. До експертного оцінювання залучаються 10 експертів.

Оптимістичні та песимістичні оцінки упевненості наведені в Табл. 1. термінів, які надаються експертами, і рівні їх

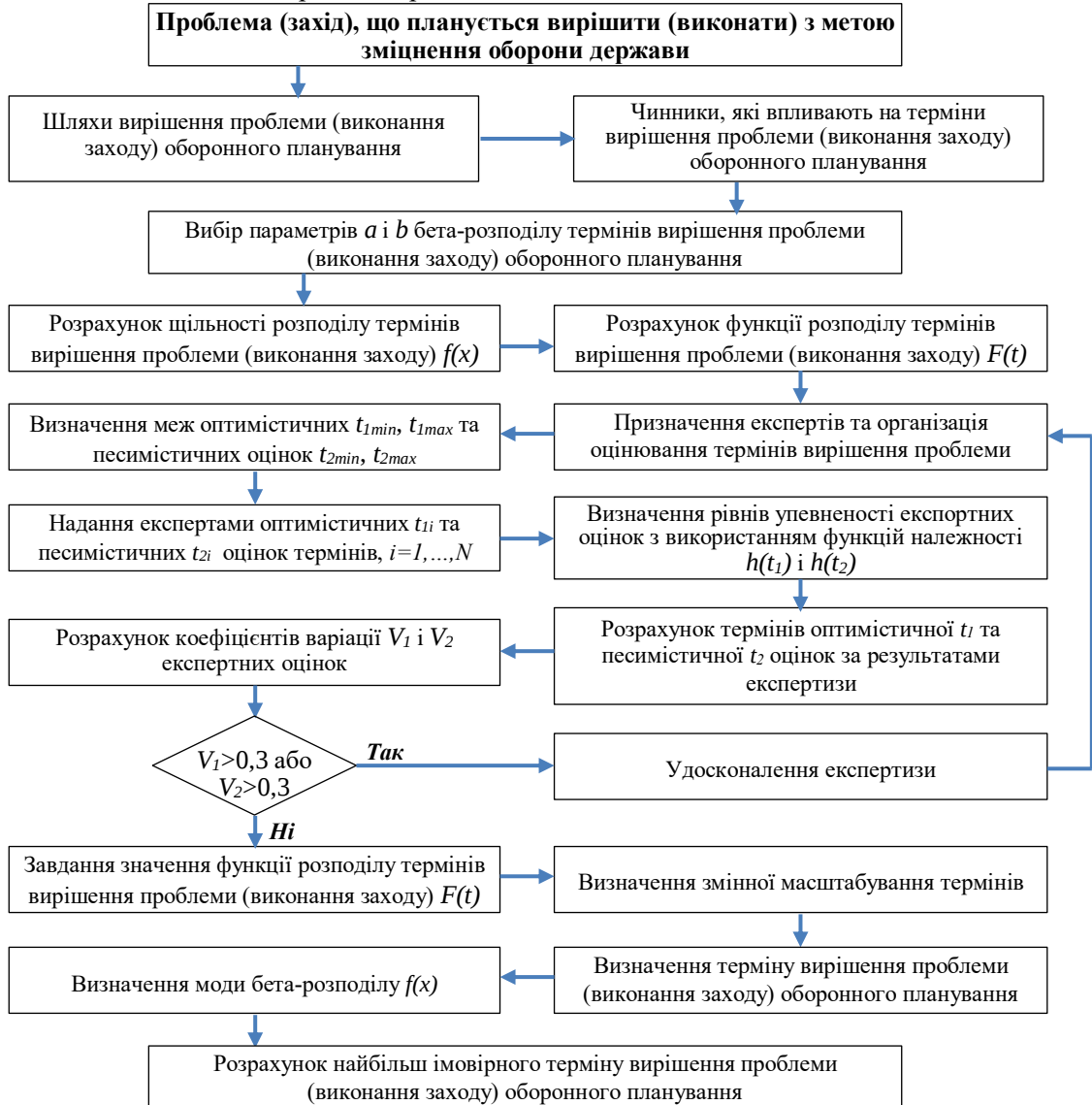


Рис. 3. Порядок визначення терміну вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування

Таблиця 1

Оптимістичні та песимістичні оцінки термінів і рівні їх упевненості

Експерти, i	Оцінки експертів		Рівні впевненості оцінок	
	t_{1i}	t_{2i}	$h(t_{1i})$	$h(t_{2i})$
1	21,8	25,2	0,8	0,8
2	21,7	24,9	0,7	0,9
3	22,1	25,4	0,9	0,6
4	22,2	24,7	0,8	0,7
5	22,4	24,6	0,6	0,6
6	21,9	25,3	0,9	0,7
7	21,8	25,1	0,8	0,9
8	22,1	24,6	0,9	0,6
9	22,5	25,0	0,5	1,0
10	22,3	24,8	0,7	0,8

Коефіцієнти варіації оцінок, розраховані за формулою (14), дорівнюють $V_1 = 0,24$, $V_2 = 0,26$, що дає змогу експертизу вважати задовільною.

Оптимістична і песимістична оцінки терміну вирішення проблеми, розраховані за формулами (13), дорівнюють $t_1^* = 22,05$, $t_2^* = 24,97$ місяця.

Для заданої ймовірності $F(t)=0,7$, оскільки проблема буде вирішена до моменту часу t , з рис. 2 змінна масштабування $\chi=0,52$. Звідси за формулою (15) термін вирішення проблеми $t=23,57$ місяця.

З рис. 1 мода щільності бета розподілу з параметрами $a=3, b=4, \chi=0,43$. Звідси найбільш імовірний термін вирішення проблеми оборонного планування $t=23,30$ місяця.

Отже, під час оборонного планування можна вважати, що на вирішення проблеми, яка розглядається, може бути витрачено з ймовірністю 0,7 не більше 23,57 місяця. При цьому найбільш імовірний термін вирішення проблеми дорівнює 23,30 місяця.

Висновки. Під час оборонного планування запропоновано застосовувати інтервальну оцінку термінів вирішення проблеми (виконання заходів), яка ґрунтується на оптимістичних і песимістичних нечітких оцінках експертів.

Методичний підхід до визначення термінів засновується на припущенні про бета-розподіл випадкової величини, за яку вважається тривалість вирішення проблеми (виконання заходу) оборонного планування. Термін вирішення проблеми (виконання заходу) визначається для заданої ймовірності.

Найбільш імовірний термін визначається як мода щільності бета-розподілу.

Розроблений підхід дає змогу в умовах невизначеності отримати більш обґрунтовані оцінки термінів вирішення проблем (виконання заходів) під час оборонного планування.

У подальшому доцільно розробити рекомендації щодо експертного оцінювання термінів вирішення проблем (виконання заходів) оборонного планування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Samokhvalov Y. Y. Development of the Prediction Graph Method Under Incomplete and Inaccurate Expert Estimates // Cybernetics and Systems Analysis. 2018. Vol. 54, No. 1. P. 75–82. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-018-0008-1>.
2. Голенко-Гинзбург Д. И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. Воронеж : Научная книга, 2010. 284 с.
3. Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. 2-е изд. Москва : Наука, 1973. 495 с.
4. Герасимов Б. М., Локазюк В. М., Оксіюк О. Г., Поморова О. В. Інтелектуальні системи підтримки прийняття рішення : навч. посіб. Київ : Європейський університет, 2007. 335 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 04.03.2025

Methodical approach to determining the timing of problem solving under conditions of uncertainty during defense planning

Annotation

Defence planning involves the development of managerial decisions in the form of forecasts, programs, and plans that outline issues (measures) to be addressed (implemented) in the field of national defence. The timelines for resolving issues (implementing measures) in defence planning are typically determined through expert judgment, taking into account the influence of numerous internal and external factors of an uncertain nature on the national defence forces.

This necessitates the consideration of uncertainty when experts estimate the timelines for addressing issues (implementing measures) aimed at the development or improvement of defence forces or their components.

Previous studies assessed the probability of task completion within a specified timeframe based on given parameters of the beta distribution. However, the methods for selecting the parameters of the beta distribution and incorporating uncertainty into expert assessments were not addressed.

This article examines the determination of the timeline for resolving a defence planning issue (implementing a measure) based on a beta distribution of the corresponding duration, bounded by optimistic and pessimistic expert estimates.

The methodological approach to estimating timelines is based on the assumption that the duration of problem resolution (or measure implementation) follows a beta-distributed random variable. The target timeline is determined for a specified probability, while the most probable duration is defined as the mode of the beta distribution's probability density function.

The proposed approach enables more substantiated estimation of timelines for resolving issues (implementing measures) under uncertainty in the context of defence planning.

Keywords: problem resolution time; optimistic and pessimistic estimates; beta distribution.